

doi: 10.12052/gdutxb.160127

基于异质超边的超图

王娜娜¹, 高红², 李珊珊¹, 刘巍^{1,2}

(1. 大连海事大学 交通运输管理学院; 2. 大连海事大学 数学系, 辽宁 大连 116026)

摘要: 依靠可拓学理论和超图理论, 利用基元可以完整地表达异质超边的异质性. 异质超图包括不同类型的节点和不同的超边类型, 这样可以把多种类型、不同性质、不同功能的超边融合在一个网络中. 本文以外卖和滴滴出行为例, 通过运用关系结构来研究超图的超边异质性和顶点的多样性, 从而发觉复杂网络更多的信息, 将为超图理论研究提供一种新的途径.

关键词: 可拓学; 可拓分析原理; 超图理论; 异质超边

中图分类号: C912, TP18

文献标志码: A

文章编号: 1007-7162(2017)01-0006-05

A Research on Hypergraph of Heterogeneous Edge

Wang Na-na¹, Gao Hong², Li Shan-shan¹, Liu Wei^{1,2}

(1. School of Transportation Management, Dalian Maritime University; 2. Department of Mathematics, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

Abstract: Using extencics theory and hypergraph theory, the tool of primitive can describe the strong heterogeneity of hyperedges. Heterogeneous hypergraph includes different types of nodes and hyperedges. These can make a variety of types, different properties and different functions of hyperedges fuse in a network. Taking take-away and drop-drop as examples and using the relational structure heterogeneity of hyperedges and a variety of nodes are studied, so as to dig out more abundant information. This study may provide a new way to study the hypergraph theory.

Key words: extencics; principle of opening-up analysis; hypergraph theory; hyperedges

随着复杂网络的无标度特征、小世界模型和复杂网络的结构和动力学特性的研究^[1-3], 掀起了复杂网络研究的热潮.

在现实世界中社会网络大多是异质关系网络, 即在同一个网络中相同类型对象之间的关系有多种类型, 不同类型的对象之间的关系也有多种类型. 异质关系网络中的节点类型与节点之间的关系类型呈多样化状态, 多样化的顶点类型决定了多样的关系类型^[4]. 张彪等^[5]人提出一种基于节点特征子图的节点相似性度量算法. Wang等^[6]提出一种基于基元节点的物流网络模型, 研究了物流网络中节点的异质性、节点关系的多维性和节点性质的动态性. 李珊珊等^[7]提出一种基于基元理论的复杂网络分析模型, 提高网络分析的效率. 杨春燕等^[8]提出用可拓与可拓创新方法对社会网络结构进行研究, 可以从定量和

定性的角度认识社会网络. 杨春燕等^[9]从创意和矛盾问题的关系出发, 提出产生创意的可拓创新方法.

异质超图网络包含着丰富的应用背景. 外卖和滴滴出行是典型的异质超图网络. 其中外卖组成的超图由美食、超市、鲜果购、鲜花蛋糕等内容构成. 滴滴出行组成的超图则包括顺风车、快车、出租车、专车、代驾等. 出行和外卖原本是两个重要地位的领域, 两者通过超边功能的拓展和重组, 使双方资源互补, 将极大增强彼此的业务侧翼, 功能的增加将导致超边的异质性, 这就是关系的多重性^[10].

由于普通超图网络的关系单一性, 难以为大规模复杂网络分析提供丰富的信息, 为解决这个问题, 本文引入了可拓学中的基元理论, 可拓学是用形式化模型研究事物拓展的可能性和开拓创新的规律与方法, 并用于解决矛盾问题的科学^[11]. 依据可拓学理

收稿日期: 2016-10-14

基金项目: 辽宁省自然科学基金资助项目(2015020033); 大连海事大学骨干基金资助项目(3132016114)

作者简介: 王娜娜(1989-), 女, 博士研究生, 主要研究方向为运输管理与应用.

论和超图理论,利用基元可以完整地表达异质超边的异质性,异质超图包括不同类型的节点和不同的超边类型. 这样可以把多种类型、不同性质、不同功能的超边融合在一个网络中. 通过运用关系结构来研究超图的超边异质性和顶点的多样性,从而发觉更加丰富的信息. 这将为超图理论研究提供一种新的途径.

1 基于基元的异质超边模型的构建

蔡文教授创立的可拓学,建立了基元的概念,把事物、特征和量值综合考虑,用基元描述信息、知识、智能行为等. 作为可拓论的逻辑细胞基元,基元概念将物、事与关系的相应特征分别统一在一个三元组中,从而形式化描述物、事和关系. 基于基元的异质超边模型,本模型用于描述超图网络中的节点连接、超边连接、超边动态演化过程.

1.1 相关定义

(1) 超图

设 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 是一个有限集. $E_i \neq \emptyset$ ($i = 1, 2, \dots, e$) 和 $\bigcup_{i=1}^m E_i = V$, 则称二元关系 $H = (V, E)$ 为一个超图^[12]. 其中 V 中的元素 v_1, v_2, \dots, v_n 称为超图的节点或者顶点, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 为超图边集合, E 中的元素 $e_i = \{v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_j}\}$ ($1 \leq j \leq n$) 称为超图的超边.

(2) 可扩性

基元具有组合、分解、扩大和缩小的可能性,分别称为基元的可组合性、可分解性和可扩缩性,统称为基元的可扩性^[13].

(3) 可扩度

对于超边不同功能或属性的可扩性度量,从有序的结构方面来度量. 复杂系统 $W(O)$ 的物元的个数为 $|w|$, 超边属性的系数为 k , 则

$$S = k \ln |w| \quad (1)$$

定义为复杂系统的 $W(O)$ 的可扩度.

(4) 异质超边

在超图中,属性、性质、结构、功能不同的超边称为异质超边.

1.2 多维物元

物元是形式化描述物的基本元^[14],在超图网络中超边的性质、功能、特征具有多重性,因此超边可用多维物元表示,称为超边物元. 超边物元能够完整地反映超边在超图网络中的特征和性质. 从而形成完整的物元集合. 以超边 O_m 为对象, n 个特征

$C_{m1}, C_{m2}, \dots, C_{mn}$ 及 O_m 关于 C_{mi} ($i = 1, 2, \dots, n$) 对应的量值 V_{mi} ($i = 1, 2, \dots, n$) 所构成的 n 维阵列

$$M = \begin{bmatrix} O_m, & c_{m1}, & v_{m1} \\ & c_{m2}, & v_{m2} \\ & \vdots & \vdots \\ & c_{mn}, & v_{mn} \end{bmatrix} = (O_m, C_m, V_m)$$

作为网络的 n 维物元,

其中

$$C_m = \begin{bmatrix} c_{m1} \\ c_{m2} \\ \vdots \\ c_{mn} \end{bmatrix}, V_m = \begin{bmatrix} v_{m1} \\ v_{m2} \\ \vdots \\ v_{mn} \end{bmatrix}.$$

在物元 $M = (O_m, c_m, v_m)$ 中,若 O_m 和 v_m 是参数 t 的函数,称 M 为参变量物元,记作 $M(t) = (O_m(t), c_m(t), v_m(t))$,随着时间的变化,特征及特征量值会随着时间的变化而变化,因而用参变量物元来表示动态超图. 多维参变量物元表示为:

$$M(t) = \begin{bmatrix} O_m(t) & c_{m1} & v_{m1}(t) \\ & c_{m2} & v_{m2}(t) \\ & \vdots & \vdots \\ & c_{mn} & v_{mn}(t) \end{bmatrix} = (O_m(t), C_m, V_m(t)).$$

动态超边物元更能完整地反映超边在超图的增加或减少节点的变化,超边数量的增加和减少以及退化,从而能够清楚地解决超图中产生的矛盾问题.

1.3 多维事元

事元是描述事件的基本元素^[15]. 动作 O_a 和 n 个特征 $c_{a1}, c_{a2}, \dots, c_{an}$ 以及 O_a 关于 $c_{a1}, c_{a2}, \dots, c_{an}$ 取得的量值 $v_{a1}, v_{a2}, \dots, v_{an}$ 所构成的 n 维阵列为:

$$A = \begin{bmatrix} O_a & c_{a1} & v_{a1} \\ & c_{a2} & v_{a2} \\ & \vdots & \vdots \\ & c_{an} & v_{an} \end{bmatrix} = (O_a, C_a, V_a),$$

称为 n 维事元,其中

$$C_a = \begin{bmatrix} c_{a1} \\ c_{a2} \\ \vdots \\ c_{an} \end{bmatrix}, V_a = \begin{bmatrix} v_{a1} \\ v_{a2} \\ \vdots \\ v_{an} \end{bmatrix}.$$

在本文的研究中,把改变网络结构的超边行为以及外界环境引起的变换用事元表示. 为后续的研究网络动态演化提供了方便的途径.

随着时间的变化,“订”的支配对象、施动对象、接受对象、配送时间、配送范围等特征的量值都有可能随着时间的变化而变化. 本文用参变量事元表示

为:

$$A(t) = (O_a(t), C_a, V_a(t)) = \begin{bmatrix} O_a(t), & c_{a1}, & v_{a1}(t) \\ & c_{a2}, & v_{a2}(t) \\ & \vdots & \vdots \\ & c_{an}, & v_{an}(t) \end{bmatrix}$$

1.4 多维关系元

关系元用以描述各类物元、事元、关系元和其他的物元、事元、关系元相互作用、相互影响. 关系元正是描述事物相互作用的形式化工具^[5].

关系 O_r , n 个特征 $c_{r1}, c_{r2}, \dots, c_{rm}$ 和相应的量值 $v_{ri} (i = 1, 2, \dots, n)$ 所构成的 n 维阵列

$$R = (O_r, C_r, V_r) = \begin{bmatrix} O_r, & c_{r1}, & v_{r1} \\ & c_{r2}, & v_{r2} \\ & \vdots & \vdots \\ & c_{rm}, & v_{rm} \end{bmatrix}$$

$$B = B_1 \oplus B_2 = \begin{cases} (O_1, c_1 \oplus c_2, v_1 \oplus v_2) = \begin{bmatrix} O_1, & c_1, & v_1 \\ & c_2, & v_2 \end{bmatrix}, & \text{当 } O_1 = O_2, c_1 \neq c_2 \text{ 时;} \\ (O_1 \oplus O_2, c_1, v_1 \oplus v_2), & \text{当 } O_1 = O_2, c_1 = c_2 \text{ 时;} \\ \begin{bmatrix} O_1 \oplus O_2, & c_1, & v_1 \oplus c_1(O_2) \\ & c_2, & c_2(O_1) \oplus v_2 \end{bmatrix}, & \text{当 } O_1 \neq O_2, c_1 \neq c_2 \text{ 时.} \end{cases}$$

记 B_1 的可组合基元的全体为 $\{B_2\}$, 把 B_1 和 $\{B_2\}$ 中的任一基元组合为 $\{B_1 \oplus B_2\}$, 称为可组合分析^[6].

对于物元而言, 可组合分析原理又有可加分析

$$M_1 \oplus M_2 = \begin{cases} \left(\begin{bmatrix} O_{m1} \oplus O_{m2}, & c_{m1}, & c_{m1}(O_{m1}) \oplus c_{m1}(O_{m2}) \\ O_{m1} \oplus O_{m2}, & c_{m1}, & c_{m1}(O_{m1}) \oplus c_{m1}(O_{m2}) \end{bmatrix}, & c_{m1} = c_{m2}; \right. \\ \left. \begin{bmatrix} O_{m1} \oplus O_{m2}, & c_{m1}, & c_{m1}(O_{m1}) \oplus c_{m1}(O_{m2}) \\ & c_{m2}, & c_{m2}(O_{m1}) \oplus c_{m2}(O_{m2}) \end{bmatrix}, & c_{m1} \neq c_{m2}. \right.$$

此定理称为物元 M_1 和 M_2 的可加分析原理, 对物元的这一可加分析说明, 当外卖车不能满足顾客需要的配送时间和配送范围, 这是可以考虑, 可以考虑加上另一物元滴滴车辆, 是它们组合起来共同用于解决问题, 外卖的物流体系主要3 km半径的配送, 滴滴出行运力的加入能大大延长现有的配送半径, 实现全城覆盖, 让更多用户尝试到外卖商户的美食, 并提高商户单量, 同时外卖商家可以借助汽车运量加大的优势, $M_1 \oplus M_2$ 后即可达到双方共赢的目的.

2 实例分析

本文以外卖和滴滴出行为例, 研究异质超边问题, 对于外卖, 超图表示的是一款全面的网上订餐平台, 内容丰富多彩, 操作简单便捷, 有效地帮助商家完成各类的海量订单. 超边表示在某路段可以联合配送商品的外卖车, 顶点表示外卖平台中商家. 对于

成为 n 维关系元.

在关系元 R 中, 关系元 R 是随着时间 t 的变化而发生的动态变化及程度的变化, 包括关系的建立、加深、中断等, 可以是正直、零值、负值. 可以用参变量关系元表示为:

$$R(t) = (O_r(t), C_r, V_r(t)) = \begin{bmatrix} O_r(t), & c_{r1}, & v_{r1}(t) \\ & c_{r2}, & v_{r2}(t) \\ & \vdots & \vdots \\ & c_{rn}, & v_{rn}(t) \end{bmatrix}$$

1.5 可扩分析原理

根据基元的可组合性, 一个事物可以和其他事物结合起来生成新的事物, 从而提供解决矛盾问题的可能性. 可组合分析给定基元 $B_1 = (O_1, c_1, v_1)$, 则至少存在一个基元 $B_2 = (O_2, c_2, v_2)$, 是使 B_1 和 B_2 可以组成 B , 称 B_2 是 B_1 的可组合基元, 这时

形式. 即给定物元 $M_1 = (O_{m1}, c_{m1}, c_{m1}(O_{m1}))$, 则至少存在一个物元 $M_2 = (O_{m2}, c_{m2}, c_{m2}(O_{m2}))$, 其中 O_{m1} 与 O_{m2} 是可加物, 使

滴滴出行, 超图表示的是出行打车平台. 超边表示的是相同功能的不同类型的滴滴车辆, 顶点表示的是滴滴车辆.

外卖组成的超图的 $H_1 = (V_1, E_1)$. $V_1 = (v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17})$ 分别为快餐类、正餐类、小吃零食、甜点饮品、果蔬生鲜、鲜花蛋糕、商超类; $E_1 = (e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16})$, $e_{11} = (v_{11}, v_{13})$, $e_{12} = (v_{12}, v_{16})$, $e_{13} = (v_{13}, v_{15})$, $e_{14} = (v_{13}, v_{14})$, $e_{15} = (v_{13}, v_{15})$, $e_{16} = (v_{17})$. 用集合形式不能形象地表示外卖的属性特性, 为此这里用多维事元、多维物元来描述订购外卖和外卖车的特征. 以下是部分多维事元、多维物元集合.

$$A_{H_{11}} = \begin{bmatrix} \text{订, 支配对象, 快餐类或小吃零食} \\ \text{施动对象, 顾客} \\ \text{接受对象, 外卖商家} \\ \text{支付方式, 在线支付或者到付} \\ \text{配送工具, 外卖车} \\ \text{配送时间, 1 h左右} \\ \text{配送范围, 3 km以内} \end{bmatrix}$$

$$A_{H_{12}} = \begin{bmatrix} \text{订, 支配对象, 正餐类或鲜花蛋糕} \\ \text{施动对象, 顾客} \\ \text{接受对象, 外卖商家} \\ \text{支付方式, 在线支付或者到付} \\ \text{配送工具, 外卖车} \\ \text{配送时间, 1 h左右} \\ \text{配送范围, 3 km以内} \end{bmatrix},$$

$$A_{H_{13}} = \begin{bmatrix} \text{订, 支配对象, 小吃零食或果蔬生鲜} \\ \text{施动对象, 顾客} \\ \text{接受对象, 外卖商家} \\ \text{支付方式, 在线支付或者到付} \\ \text{配送工具, 外卖车} \\ \text{配送时间, 1 h左右} \\ \text{配送范围, 3 km以内} \end{bmatrix},$$

等.

$$M_{e_{21}} = \begin{bmatrix} \text{出租车, 品牌, 捷达} \\ \text{行驶速度, 50 km} \\ \text{每公里价格, 2.3 元} \\ \text{起步价, 13 元} \\ \text{座位数, 5 座} \\ \text{颜色, 蓝色} \end{bmatrix},$$

$$M_{e_{22}} = \begin{bmatrix} \text{专车, 品牌, 别克, 大众等} \\ \text{行驶速度, 50 km} \\ \text{每公里价格, 2.6 元} \\ \text{每分钟价格, 0.5 元} \\ \text{起步价, 12 元} \\ \text{座位数, 5或7 座} \\ \text{颜色, 黑白灰蓝棕红色} \end{bmatrix}.$$

等.

$$M_{e_{11}} = \begin{bmatrix} \text{外卖车, 车型, 电动车} \\ \text{装载能力, 20份以内} \\ \text{车速, 30 km/h} \end{bmatrix},$$

$$M_{e_{12}} = \begin{bmatrix} \text{外卖车, 车型, 轿车} \\ \text{装载能力, 200 ~ 100份} \\ \text{车速, 50 km/h} \end{bmatrix},$$

$$M_{e_{13}} = \begin{bmatrix} \text{外卖车, 车型, 小型货车} \\ \text{装载能力, 100份以上} \\ \text{车速, 40 km/h} \end{bmatrix}.$$

外卖与滴滴出行结合起来生成新的事物,从而提供了解决矛盾问题的可能性.

外买的超边的功能(配送外卖)和滴滴出行的超边的功能(接送人)联合起来增加很多新的功能,比如接送人+配送外卖,接送人+食品批发,接送人+配送餐厨用品等形成新的功能.形成异质超边的超图 H .超图 H 如图1所示.异质超图 $H=(V, E)$, $V=(v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{24}, v_{25})$, $E=(e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_1, e_2, e_3, e_4)$, $e_{11}=(v_{11}, v_{13})$, $e_{12}=(v_{12}, v_{16})$, $e_{13}=(v_{13}, v_{15})$, $e_{14}=(v_{13}, v_{14})$, $e_{15}=(v_{13}, v_{16})$, $e_{16}=(v_{17})$, $e_{21}=(v_{21})$, $e_{22}=(v_{22})$, $e_{23}=(v_{23})$, $e_{24}=(v_{24})$, $e_{25}=(v_{25})$, $e_1=(v_{16}, v_{21})$, $e_2=(v_{11}, v_{13}, v_{22})$, $e_3=(v_{12}, v_{25})$, $e_4=(v_{17}, v_{24})$.

滴滴出行组成的超图 $H_2=(V_2, E_2)$, $V_2=(v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{24}, v_{25})$ 分别为快车、出租车、代驾、专车、顺风车. $E_2=(e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24})$, $e_{21}=(v_{21})$, $e_{22}=(v_{22})$, $e_{23}=(v_{23})$, $e_{24}=(v_{24})$, $e_{25}=(v_{25})$.

为了形象描述滴滴出行的功能属性,本文同样借助多维物元、多维事元滴滴出行车辆的特征,以下是部分多维事元、多维物元集合.

$$A_{H_{21}} = \begin{bmatrix} \text{订, 支配对象, 快车} \\ \text{施动对象, 顾客} \\ \text{接受对象, 滴滴出行} \\ \text{服务内容, 接送人、带货} \\ \text{上车地点, } l_1 \\ \text{下车地点, } l_2 \\ \text{上车时间, } t \end{bmatrix},$$

$$A_{H_{22}} = \begin{bmatrix} \text{订, 支配对象, 出租车} \\ \text{施动对象, 顾客} \\ \text{接受对象, 滴滴出行} \\ \text{服务内容, 接送人、带货} \\ \text{上车地点, } l_1 \\ \text{下车地点, } l_2 \\ \text{上车时间, } t \end{bmatrix},$$

$$A_{H_{23}} = \begin{bmatrix} \text{订, 支配对象, 专车} \\ \text{施动对象, 顾客} \\ \text{接受对象, 滴滴出行} \\ \text{服务内容, 接送人、带货} \\ \text{上车地点, } l_1 \\ \text{下车地点, } l_2 \\ \text{上车时间, } t \end{bmatrix},$$

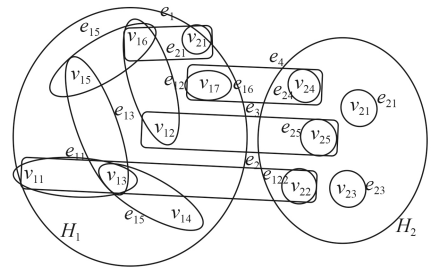


图1 异质超图 H

Fig.1 Heterogeneous hypergraph

异质超边的超图的部分超边用多维事元表示,鲜花蛋糕 v_{16} 和超边 e_{21} 组合形成新的超边 e_1 ,超边 e_{11} 和超边 e_{22} 组合形成新的超边 e_2 ,

$$A_{H_1} = A_{H_{12}} \oplus A_{H_{21}} =$$

$$\begin{bmatrix} \text{订, 支配对象, 鲜花、蛋糕、快车} \\ \text{施动对象, 顾客} \\ \text{支付方式, 在线支付或到付} \\ \text{服务内容, 接送人、带货} \\ \text{配送时间, 0.5 h} \\ \text{配送范围, 全城} \\ \text{上车地点, } l_1 \\ \text{下车地点, } l_2 \\ \text{上车时间, } t \end{bmatrix},$$

$$A_{H_2} = A_{H_{11}} \oplus A_{H_{23}} =$$

订,	支配对象,	小吃零食、专车
	施动对象,	顾客
	支付方式,	在线支付或到付
	服务内容,	接送人、带货
	配送时间,	0.5 h
	配送范围,	全城
	上车地点,	l_1
	下车地点,	l_2
	上车时间,	t

根据可拓分析原理中的基元的可组合性,一个事物可以和其他事物结合起来生成新的事物,从而提供解决矛盾问题的可能性. 滴滴出行的主要业务是在“人”的出行,侧翼是“物”的运送. 外卖的主要业务是线外卖交易,物流配送作为基础工程,则是其重要的侧翼. 外卖为滴滴出行拓展“人”以外的运输场景,丰富出行生态,汽车运输业成为外卖即时配送体系的重要补充,搭建两轮电动车加四轮汽车的“2+4”同城配送网络. 外卖的物流体系主要3 km半径的配送,滴滴出行运力的加入能大大延长现有的配送半径,实现全城覆盖,让更多用户尝试到外卖商户的美食,并提高商户单量,同时外卖商家可以借助汽车运量加大的优势,如团餐,食品批发、餐厨用品能快速送达用户和商户. 接入汽车的运力后,外卖的食材供应链平台——“有菜”的配送将有望半日到达. 外卖充足的外卖流量,将提升滴滴出行车辆的使用效率和司机收入,在乘客出行的同时加入外卖的美食,滴滴出行体验更为丰富. 双方资源互补,将极大增强彼此的业务侧翼.

3 结论

本文将可拓分析原理和超图理论相结合,建立异质超边模型. 本文对于超图超边的异质性采用多维物元和多维事元来表达,解决异质超边属性、多维性和动态性用形式化来描述,对于超边的动态性和随机型采用事元驱动来实现. 本文研究事元功能的可组合性,将原本两个不搭界的领域外卖和滴滴出行,通过功能的重组联系在一起. 滴滴出行为外卖延续了配送半径并进而提高配送效率,外卖为滴滴出行提高商户单量. 双方资源互补,增加业务侧翼. 同时本文提出异质超边这个概念,对后续的超图理论的研究有一定的价值.

参考文献:

[1] ALBERT R, BARABASI A L. Topology of evolving net-

works: local events and universality[J]. Phys RevLett, 2000, 85(24): 5234-5237.

- [2] DOROGOVTSSEV S N, MENDES J F F. Evolution of networks[J]. Adv Phys, 2002, 51(4): 1079-1187.
- [3] STROGATZ S H. Exploring complex networks[J]. Nature, 2001, 410(8): 268-276.
- [4] FORTUNATO S. Community detection in graphs[J]. Physics Reports, 2010, 486(3): 75-174.
- [5] 张彪, 李川, 徐洪宇, 等. 基于特征子图的异构信息网络节点相识度量[J]. 电信科学, 2014(11): 66-72.
- ZHANG B, LI C, XU H Y, *et al.* Heterogeneous information networks node similarity measurement based on feature sub-graph[J]. Telecommunications Science, 2014(11): 66-72.
- [6] WANG N N, MI Y Y, GAO H, *et al.* Logistics network model based on matter element node[J]. Procedia Computer Science. 2016, 91: 351-356.
- [7] 李珊珊, 刘巍, 高红. 基于可拓基元理论的复杂社会网络分析模型[J]. 科学导报, 2014, 32(36): 21-25.
- LI S S, LIU W, GAO H. A complex social network analysis model based on extenics basic-element theory[J]. Science Technology Review, 2014, 32(36): 21-25.
- [8] 杨春燕, 李志明. 基于可拓学的社会网络结构研究[J]. 广东工业大学学报, 2014, 31(1): 1-6.
- YANG C Y, LI Z M. Extenics based social network structure[J]. Journal of Guangdong University of Technology, 2014, 31(1): 1-6.
- [9] 杨春燕, 蔡文. 基于可拓学的创意生成与生产研究[J]. 广东工业大学学报, 2016, 33(1): 12-16.
- YANG C Y, CAI W. Generating creative ideas for production based on extenics[J]. Journal of Guangdong University of Technology. 2016, 33(1): 12-16.
- [10] NEWMAN M E J. The structure and function of complex networks[J]. SIAM Review, 2003, 45(2): 167-256.
- [11] 蔡文, 可拓论及其应用[J]. 科学通报, 1999, 44(7): 673-682.
- CAI W. Extension theory and its application[J]. Chinese Science Bulletin. 1999, 44(17), 1538-1548.
- [12] BERGE C. Graphs and Hypergraphs[M]. New York: Elsevier, 1973.
- [13] AVID K W N, CAI W. Treating non-compatible problem from matter element analysis to extenics[J]. ACM SIGICE 1997, 22(3): 1-9.
- [14] 蔡文. 可拓集合和不相容问题[J]. 科学探索报, 1983(1): 83-97.
- CAI W. Extension set and non-compatible problems[J]. Journal of Scientific Exploration, 1983(1): 83-97.
- [15] 杨春燕, 蔡文. 可拓工程[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [16] 杨春燕, 蔡文. 可拓学[M]. 北京: 科学出版社, 2014.