

彭昊, 陈学松. 增益调节下具随机干扰压电致动器的模型参考自适应控制[J]. 广东工业大学学报, 2025, 42(4): 88–95. doi: 10.12052/gdutxb.240171.
Peng Hao, Chen Xuesong. Model reference adaptive control of piezoelectric actuators with stochastic disturbances under gain adjustment[J]. Journal of Guangdong University of Technology, 2025, 42(4): 88–95. doi: 10.12052/gdutxb.240171.

增益调节下具随机干扰压电致动器的 模型参考自适应控制

彭昊, 陈学松

(广东工业大学 数学与统计学院, 广东 广州 510520)

摘要: 压电致动器具有位移分辨率高的特点, 在精密定位系统中作为致动器得到广泛应用。然而, 压电致动器受到迟滞非线性、蠕变以及随机干扰等因素的影响, 输出的稳定性和定位精度难以实现。本文提出了一种基于可调增益的模型参考自适应控制方法, 用于控制具有外部扰动和随机干扰压电致动器的输出。该方法通过引入Lyapunov函数和自适应更新律, 建立了计算自适应调节增益的随机非线性闭环控制系统。本文所提出的自适应控制方案, 在压电致动器输出的依概率有界性和输出与参考模型输出之间跟踪误差的均方收敛性方面具有创新性。此外, 本文提出的方法仅需了解不确定扰动及随机噪声强度的有界性。仿真结果验证了自适应增益调节器设计的有效性和优越性。

关键词: 压电致动器; 随机干扰; 模型参考自适应控制; 增益调节; 依概率有界

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1007-7162(2025)04-0088-08

Model Reference Adaptive Control of Piezoelectric Actuators with Stochastic Disturbances under Gain Adjustment

Peng Hao, Chen Xuesong

(School of Mathematics and Statistics, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510520, China)

Abstract: Piezoelectric actuators have the characteristic of high displacement resolution and are widely used as actuators in precision positioning systems. However, due to the effects of hysteresis nonlinearity, creep, and stochastic disturbance on piezoelectric actuators, the stability and positioning accuracy of the output are difficult to achieve. In this research, a new model reference adaptive control method is proposed for controlling the output displacement of piezoelectric actuators with external and stochastic disturbances. This method establishes a stochastic nonlinear closed-loop control system with computational adaptive gain adjustment by introducing Lyapunov function and adaptive update law. The proposed adaptive structure is innovative in terms of the probability boundedness of the output of the piezoelectric actuator and the mean square convergence of the tracking error between the output and the reference model output. In addition, the proposed method only requires an understanding of the boundedness of uncertain disturbances and stochastic noise intensity. The simulation results demonstrate the effectiveness and superiority of the designed adaptive gain regulator.

Key words: piezoelectric actuator; stochastic disturbance; model reference adaptive control; gain adjustment; bounded in probability

随着半导体和精密制造业的飞速发展, 高精度、高性能器件的需求日益增长。压电致动器因其高位移分辨率、快速响应、高机电转换效率及低发热等特

性, 在精密定位系统中备受关注, 并广泛应用于微纳加工、微机电系统封装、生物医学等场景, 凸显了高精度微位移定位技术的重要性^[1-3]。由于压电致动器

收稿日期: 2024-12-27 录用日期: 2025-03-03 网络首发日期: 2025-06-03

基金项目: 广东省自然科学基金资助面上项目(2018A030313505)

作者简介: 彭昊(1997-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为非线性系统自适应控制, E-mail: haopeng1997@126.com

通信作者: 陈学松(1977-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为控制理论与应用, E-mail: chenxs@gdut.edu.cn

在工作中会受到内外部各种扰动的影响,从而表现出迟滞非线性、蠕变非线性和时变等特性^[4-5],这些特性在很大程度上削弱了压电致动器的输出性能和定位精度。因此对压电致动器实施有效控制,以提升系统性能和定位精度显得尤为重要。

最近,文献[4-5]系统地总结了压电致动器的非线性建模与控制方法。控制方法主要分为电荷控制和电压控制两种。电荷控制虽能降低迟滞非线性,但因软硬件设计复杂,实际应用较少,因此电压控制成为主流。电压控制方法主要分为带逆迟滞模型和无逆迟滞模型两种。前者直接与对象级联,如前馈控制^[6-7],定位精度取决于模型精度;后者则不采用逆迟滞模型。为弥补前馈控制定位精度的不足,前馈-反馈控制方法应运而生^[8],通过引入反馈信号设计控制律,提高定位精度。将比例-积分-微分(Proportion Integration Differentiation, PID)控制器与逆迟滞模型相结合的前馈-反馈控制成为有效的控制之一^[8]。自适应控制因其鲁棒性、自适应性和抗干扰能力在迟滞非线性补偿中展现了显著优势。一种常见的方法是结合逆迟滞模型与自适应控制器。逆迟滞模型能够预测并抵消迟滞效应,而自适应控制器则根据实时情况调整参数,两者协同工作,实现对迟滞非线性的有效补偿。这种方法在多个领域得到了广泛应用,并得到了研究的证实^[9]。另一种有效的方法是滑模控制。滑模控制以其强大的抗干扰能力著称,特别适用于处理复杂迟滞非线性问题。通过设计合理的滑模面和控制策略,滑模控制能够确保系统状态沿着预定轨迹运动,从而有效抑制迟滞非线性的影响^[10]。此外,无逆迟滞模型控制也是一种值得关注的补偿方法。该方法省去了建模和逆建模的复杂步骤,直接利用反馈控制器来补偿非线性扰动。这种简洁的控制策略降低了系统实现的难度,同时仍能保持较好的控制效果^[11]。文献[12-13]均探讨了模型参考自适应控制在压电致动器驱动移位系统中的应用,旨在补偿迟滞效应。文献[12]基于超稳定性理论提出了一种创新的控制方案。它特别针对由压电致动器驱动的移位系统设计,以有效应对迟滞问题。此方法不依赖于精确数学模型,展现了强大的自适应性和抗干扰能力。文献[13]则进一步提出了具有可调增益的模型参考自适应控制方法并通过调整增益来优化控制效果。这种灵活性使得该方法能够适应更广泛的控制需求。文献[12-13]的研究表明,基于Lyapunov稳定性理论的模型参考自适应控制方法在压电致动器系统中具有显著优势。它们不仅能够自

适应地调整控制参数以应对系统变化,而且增强了系统的抗干扰能力,从而有助于提高系统的响应速度和稳定性。这种控制方法不依赖于精确的数学模型,为实际工程应用提供了更大的灵活性和鲁棒性。

然而,在实际系统中,除了不确定的非线性扰动外,随机干扰也是不可忽视的因素。这些干扰可能源于环境噪声、测量误差或系统内部的随机变化,它们对系统的稳定性和性能构成持续威胁。在确定性系统的构造性控制设计取得显著成功后,研究者们逐渐将目光投向了更为复杂的随机系统。随机系统的稳定与控制问题涉及更多的不确定性和复杂性,成为了控制领域的研究热点。为了应对随机干扰带来的挑战,研究者们不断探索新的控制策略和方法。他们致力于设计能够适应随机环境变化的控制器,以确保系统在不确定条件下的稳定性和性能。例如,文献[14]研究了非仿射不确定非线性随机系统的PID控制问题,成功构建了该系统的PID控制理论基础,为处理复杂随机系统提供了新视角。文献[15]聚焦二阶随机多智能体系统,针对其未知非线性动力学特性,探讨了自适应优化编队控制策略,为智能体系统的协同作业提供了新思路。文献[16]针对由未知协方差Wiener噪声驱动的输出反馈正则系统,研究了自适应镇定与跟踪问题,为噪声环境下的系统控制提供了理论基础。文献[17]提出了一种自适应鲁棒控制方法,特别针对具有加性随机噪声的系留卫星,采用自适应神经网络反步控制策略,增强了系统的稳定性和适应性。文献[18]针对具有量化输入信号的随机严格反馈非线性系统,提出了模糊自适应方法,为量化控制信号下的系统控制提供了新的解决方案。文献[19]研究了不确定非线性随机系统的模型参考自适应控制,旨在使系统状态或输出及跟踪误差收敛至原点附近,为随机系统的镇定与控制提供了有效方法。这些研究均致力于解决随机系统控制中的关键问题,为实际系统的镇定与控制提供了有力支持。

目前针对具有随机干扰的压电致动器输出跟踪控制问题的相关研究较少。基于上述分析,本文在不确定性扰动压电致动器的基础上,讨论具有随机干扰压电致动器的输出跟踪控制问题。本文提出了基于增益调节的模型参考自适应控制方法,利用该方法所设计的自适应可调增益能够保证被控系统状态的依概率有界以及跟踪误差的均方收敛,从而实现具有随机干扰的压电致动器系统的跟踪控制。

1 预备知识与问题表述

1.1 预备知识

为引入关于随机稳定性的定义和相关引理,考虑随机系统:

$$\begin{cases} dx = f(t, x)dt + g(t, x)dw \\ x(0) = x_0 \in \mathbf{R}^n \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x \in \mathbf{R}^n$ 表示状态变量, $f, g: \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 均为局部Lipschitz函数,且满足 $f(t, \mathbf{0}) = g(t, \mathbf{0}) = \mathbf{0}, t \in \mathbf{R}^+ = [0, +\infty)$, $w(t)$ 为一维标准Wiener过程。

定义1^[16] 对关于 t 连续可微且关于 x 二次连续可微的函数 $V(t, x)$, Itô随机微分算子L定义为

$$LV = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f + \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ g^T \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} g \right\} \quad (2)$$

式中: $\text{Tr}\{\cdot\}$ 表示矩阵的迹。

定义2^[17] 若 $\limsup_{t \geq 0} P\{|x(t)| > \chi\} = 0$, 则称系统(1)的解 $x(t)$ 是依概率有界的($P\{\cdot\}$ 表示事件概率)。

引理1^[18] 对函数 $V = V(t, x)$, 若存在 K_∞ 类函数 κ_1, κ_2 以及常数 $c > 0, b \geq 0$, 使得 $\forall x \in \mathbf{R}^n$ 及 $t \geq 0$ 有

$$\begin{cases} \kappa_1(\|x\|) \leq V(t, x) \leq \kappa_2(\|x\|) \\ LV \leq -cV + b \end{cases} \quad (3)$$

则系统(1)存在唯一解且系统(1)是依概率有界的。

注释1 与确定性系统的稳定性理论不同,式(2)中函数 V 的Itô随机微分不仅涉及梯度,还涉及二阶Hessian项,这正是外源干扰为Wiener噪声的随机系统利用Lyapunov方法设计的主要技术障碍。引理1为随机系统应用Lyapunov方法提供了必要的数学支撑。它表明了在某些条件下,随机系统的稳定性可以通过构造适当的Lyapunov函数来进行分析和判断。

引理2 设非负连续可微函数 $V(t)$ 满足微分不等式 $\dot{V}(t) \leq -cV(t) + n(t)$, 其中常数 $c > 0, t \in \mathbf{R}^+, n(t)$ 是非负连续有界函数且 $\lim_{t \rightarrow +\infty} n(t) = 0$, 则 $\lim_{t \rightarrow +\infty} V(t) = 0$ 。

证明 考虑初值问题:

$$\begin{cases} \dot{V}(t) \leq -cV(t) + n(t) \\ V(0) = V_0 \geq 0 \end{cases}$$

易知 $V(t) \leq e^{-ct} V_0 + \int_0^t e^{-c(t-s)} |n(s)| ds$ 。

不妨设 $n(t) \leq n_{\max}$, n_{\max} 为正常数。由 $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-ct} = 0$ 与 $\lim_{t \rightarrow +\infty} n(t) = 0$ 知,任意 $\varepsilon > 0$, 分别存在 $T_1 > 0, T_2 > 0$ 使得 $e^{-ct} < \varepsilon / (2V_0 + 2n_{\max}/c) \triangleq \varepsilon_1, t > T_1; |n(t)| < c\varepsilon/2 \triangleq \varepsilon_2, t > T_2$ 。从而当 $t > T_1 + T_2$ 时有

$$\begin{aligned} V(t) &\leq e^{-ct} V_0 + \int_0^{T_2} e^{-c(t-s)} |n(s)| ds + \varepsilon_2 \int_{T_2}^t e^{-c(t-s)} ds \leq \\ &e^{-ct} V_0 + n_{\max} \int_0^{T_2} e^{-c(t-s)} ds + \varepsilon_2/c \leq \\ &e^{-ct} V_0 + (n_{\max} e^{-c(t-T_2)} + \varepsilon_2) / c < \\ &\varepsilon_1 V_0 + (n_{\max} \varepsilon_1 + \varepsilon_2) / c = \varepsilon \end{aligned}$$

故 $\lim_{t \rightarrow +\infty} V(t) = 0$ 。证毕。

1.2 问题表述

如文献[13]所述,基于Bouc-Wen模型^[12]模拟压电致动器迟滞现象的压电致动器动力学方程表示为

$$m_0 \ddot{x} + b_0 \dot{x} + k_0 x = k_0 d_e u + k_0 h + d_1(t, x) \quad (4)$$

式中: m_0 为压电致动器的质量, b_0 为阻尼系数, k_0 为弹簧系数, u 为输入电压, x 为输出位移, d_e 为压电致动器的有效压电系数, h 为迟滞效应, $d_1(t, x)$ 为压电致动器的外部扰动信号。

对于实际系统,随机现象不可避免,在式(4)的基础上,考虑如下具有随机干扰压电致动器动力学方程:

$$\begin{aligned} m_0 \ddot{x} + b_0 \dot{x} + k_0 x &= k_0 d_e u + k_0 h + \\ d_1(t, x) + s_1(t, x) \frac{dw}{dt} \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $s_1(t, x)$ 为随机噪声强度。

为实现压电致动器的输出跟踪,本文面临多重挑战:系统建模的固有误差、外部环境的干扰与不确定性、控制器设计的复杂性,以及实时性的严格要求等。针对这些困难,本文将非线性迟滞、非线性蠕变以及及时变外部扰动等所有扰动视为整体,对总体扰动进行抑制。因此考虑式(6)具有随机干扰不确定扰动压电致动器动力学方程:

$$\ddot{x} + a_1 \dot{x} + a_0 x = \beta_0 u + d(t, x) + s(t, x) \frac{dw}{dt} \quad (6)$$

式中: $a_0 = k_0/m_0, a_1 = b_0/m_0, \beta_0 = k_0 d_e/m_0, \beta_1 = k_0/m_0, d(t, x)$ 为不确定扰动, $s(t, x)$ 为随机噪声强度。由于不确定扰动及随机干扰的影响,压电致动器的定位精度降低,给压电致动器应用带来困难。为此本文将提出模型参考自适应控制方法来探讨相应的问题。

2 模型参考自适应控制

模型参考自适应控制方案的主要思想如下。首先,根据实际模型设计参考模型。给定参考模型输入电压 u , 参考模型的输出 x_m 被用作理想输出。将 u 乘以可调增益作为压电致动器的输入电压。观察压电

致动器的实际输出 x , 比较 x_m 和 x 来获得跟踪误差。通过设计的自适应律更新可调增益和其他可调参数。最后, 随着控制过程的进行, 压电致动器的输出逐渐收敛于参考模型的输出, 即压电致动器输出接近理想输出, 压电致动器达到理想性能指标。

2.1 自适应调节增益的设计

如前所述, 对方程(6), 将 u 乘以可调增益 k_1 , 闭环可调增益系统的动力学方程表示为

$$\ddot{x} + a_1 \dot{x} + a_0 x = k_1 \beta_0 u + d(t, x) + s(t, x) \frac{dw}{dt} \quad (7)$$

控制目标是找到合适的可调增益 k_1 , 使压电致动器的输出 x 能够跟踪参考模型的输出 x_m 。设稳定的参考模型的动态方程为式(8)所示的二阶线性方程:

$$\ddot{x}_m + a_{m1} \dot{x}_m + a_{m0} x_m = k_2(t) u \quad (8)$$

式中: x_m 为参考模型的输出, a_{m0}, a_{m1} 为正常数, $k_2(t)$ 为增益。

本文中, 对于不确定扰动及随机噪声强度给出以下两个假设。

假设1 不确定扰动是有界的, 即存在有界非负连续函数 $\delta_1(t)$, 使得 $|d(t, x)| \leq \delta_1(t)$ 。

假设2 随机噪声强度是有界的, 即存在有界非负连续函数 $\delta_2(t)$, 使得 $|s(t, x)| \leq \delta_2(t)$ 。

记 $y = \dot{x}$, 由式(7)得到如下的Itô随机系统:

$$\begin{cases} dx = y dt \\ dy = [-a_0 x - a_1 y + k_1 \beta_0 u + d(t, x)] dt + s(t, x) dw \end{cases} \quad (9)$$

定义跟踪误差变量 $X = x_m - x$, $Y = \dot{x}_m - \dot{x}$, 由式(7)~(8)得到跟踪误差随机微分方程

$$\begin{aligned} \dot{X} + a_{m1} \dot{Y} + a_{m0} X &= \alpha_0 X + \alpha_1 Y - d(t, x) + \\ (k_2 - k_1 \beta_0) u - s(t, x) \frac{dw}{dt} &= \Delta - \sigma u - s(t, x) \frac{dw}{dt} \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $\alpha_0 = a_0 - a_{m0}$, $\alpha_1 = a_1 - a_{m1}$, $\Delta = \alpha_0 X + \alpha_1 Y - d(t, x)$, $\sigma = k_1 \beta_0 - k_2$ 。

由式(9)~(10)得到Itô误差随机系统:

$$\begin{cases} dX = Y dt \\ dY = [-a_{m0} X - a_{m1} Y + \Delta - \sigma u] dt - s(t, x) dw \end{cases} \quad (11)$$

记 $E = [X, Y]^T$, $A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{m0} & -a_{m1} \end{bmatrix}$, $W = [0, \Delta - \sigma u]^T$, $S(t, x) = [0, -s(t, x)]^T$, 则可将系统(11)改写为

$$dE = (A_m E + W) dt + S(t, x) dw \quad (12)$$

因参考模型(8)是稳定的, 故 A_m 是Hurwitz稳定矩

阵, 于是对任意正定矩阵 $Q > 0$, 方程

$$A_m^T P + P A_m = -Q \quad (13)$$

存在唯一正定解 $P > 0$, $P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix}$ 。定义 $\hat{e} = [0, 1]$ $PE = p_2 X + p_3 Y$ 。

利用Lyapunov随机稳定性理论, 为实现输出跟踪目标, 采用如下的自适应控制律来调节增益 $k_1(t)$ 。

$$k_1(t) = \frac{\sigma + k_2(t)}{\beta_0} \quad (14)$$

$$\sigma = \Phi^T Z + R(t, d) \quad (15)$$

$$\dot{\Phi} = \Lambda(\hat{e} Z + C(\alpha - \Phi u)) \quad (16)$$

$$R(t, d) = \delta_1(t) \text{sgn}(\hat{e}) / u \quad (17)$$

式中: $\Phi = [\varphi_0, \varphi_1]^T$ 为自适应更新律, $Z = [x, y]^T$, $\alpha = [\alpha_0, \alpha_1]^T$, $\Lambda \triangleq \begin{bmatrix} \lambda_0 & \lambda_2 \\ \lambda_2 & \lambda_1 \end{bmatrix} > 0$, $C \triangleq \begin{bmatrix} c_0 & c_2 \\ c_2 & c_1 \end{bmatrix} > 0$, Λ 和 C 均为正定的可调参数矩阵, $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。

2.2 稳定性分析

下面将分析在增益调节的作用下压电致动器输出与跟踪误差的性态。

定理1 若假设1和2成立, 对于系统(6)和参考模型(8), 在式(14)~(17)所示增益 $k_1(t)$ 调节下, 有(1) $x_m - x, \dot{x}_m - \dot{x}, \varphi_0, \varphi_1, x, \dot{x}, \sigma, k_1$ 均是依概率有界的。(2) 输出跟踪误差均方收敛到包含原点的有界闭集内; 进一步, 若随机噪声强度渐近衰减到0, 则输出跟踪误差均方收敛到0。

证明 (1) 考虑误差系统(12), 选择Lyapunov函数

$$V = \frac{1}{2} E^T P E + \frac{1}{2u} (\alpha - \Phi u)^T \Lambda^{-1} (\alpha - \Phi u) \quad (18)$$

由定义1、式(12)和(18)有

$$\begin{aligned} LV &= \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial E} (A_m E + W) + \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ S^T \frac{\partial^2 V}{\partial E^2} S \right\} = \\ &= \frac{1}{2} E^T (A_m^T P + P A_m) E + W^T P E - \\ &= (\alpha - \Phi u)^T \Lambda^{-1} \dot{\Phi} + \frac{1}{2} p_3 s^2(t, x) = \\ &= -\frac{1}{2} E^T Q E + \hat{e} (\Delta - \sigma u) - \\ &= (\alpha - \Phi u)^T \Lambda^{-1} \dot{\Phi} + \frac{1}{2} p_3 s^2(t, x) = \\ &= -\frac{1}{2} E^T Q E + (\alpha - \Phi u)^T (\hat{e} Z - \Lambda^{-1} \dot{\Phi}) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \widehat{e}[d(t,x)+uR(t,d)] + \frac{1}{2}p_3s^2(t,x) = \\
& -\frac{1}{2}\mathbf{E}^T\mathbf{Q}\mathbf{E} - (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\Phi}u)^T\mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\Phi}u) - \\
& \widehat{e}[d(t,x)+uR(t,d)] + \frac{1}{2}p_3s^2(t,x) \leq \\
& -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(\mathbf{Q})/\lambda_{\max}(\mathbf{P})\mathbf{E}^T\mathbf{P}\mathbf{E} - \\
& \lambda_{\min}(\mathbf{C})\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Lambda})(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\Phi}u)^T\boldsymbol{\Lambda}^{-1}(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\Phi}u) - \\
& \widehat{e}[d(t,x)+uR(t,d)] + \frac{1}{2}p_3s^2(t,x) \quad (19)
\end{aligned}$$

式中： $\lambda_{\min}(\cdot)$ 和 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 分别为正定矩阵的最小和最大特征值。

由假设1和式(17)知

$$\widehat{e}[d(t,x)+uR(t,d)] = \widehat{e}d(t,x) + |\widehat{e}|\delta_1(t) \geq \widehat{e}d(t,x) + |\widehat{e}d(t,x)| \geq 0$$

取 $c = \min\{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})/\lambda_{\max}(\mathbf{P}), 2u\lambda_{\min}(\mathbf{C})\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Lambda})\}$, 由式(19)及假设2得

$$LV \leq -cV + \frac{1}{2}p_3\delta_2^2(t) \quad (20)$$

记 $n(t) = \frac{1}{2}p_3\delta_2^2(t)$, 若 $\delta_2(t) \leq \delta_{\max} < +\infty$, 则 $n(t) \leq n_{\max} < +\infty$, 且

$$LV \leq -cV + n_{\max} \quad (21)$$

由引理1知, $X, Y, (\alpha_0 - \varphi_0 u), (\alpha_1 - \varphi_1 u)$ 均是依概率有界的, 从而 φ_0, φ_1 亦依概率有界。因 x_m, \dot{x}_m 是有界的, 故 $x = x_m - X, \dot{x} = \dot{x}_m - Y$ 是依概率有界的, 于是由式(15)可知 σ 也是依概率有界的, 进而由式(14)可知调节增益 $k_1(t)$ 是依概率有界的。

(2) 由式(20)及 $\mathbb{E}(LV) = \frac{d\mathbb{E}(V(t))}{dt}$ (见文献[20]) 得

$$\frac{d\mathbb{E}(V(t))}{dt} \leq -c\mathbb{E}(V(t)) + n(t), \quad t \geq 0 \quad (22)$$

式中： $\mathbb{E}(\cdot)$ 为期望算子。由式(22)可得

$$0 \leq \mathbb{E}(V(t)) \leq \left(\mathbb{E}(V(0)) - \frac{n_{\max}}{c} \right) e^{-ct} + \frac{n_{\max}}{c}$$

从而

$$\limsup_{t \rightarrow +\infty} \mathbb{E}(x_m - x)^2 \leq \frac{2}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})} \limsup_{t \rightarrow +\infty} \mathbb{E}(V(t)) \leq \frac{2n_{\max}}{c\lambda_{\min}(\mathbf{P})}$$

于是跟踪误差 $(x_m - x)$ 均方收敛到如下的闭集

$$\Omega_X = \left\{ X \mid \mathbb{E}(X^2) \leq \frac{2n_{\max}}{c\lambda_{\min}(\mathbf{P})} \right\}$$

进一步, 若随机强度 $s(t,x)$ 渐近衰减到0, 即 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \delta_2(t) = 0$, 则 $\lim_{t \rightarrow +\infty} n(t) = 0$ 。由引理2知, $\lim_{t \rightarrow +\infty} \mathbb{E}(V(t)) = 0$, 故 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \mathbb{E}(x_m - x)^2 = 0$, 即输出跟踪误差均方收敛到0。证毕。

注释2 与通常的参数更新律不同, 在式(16)中增加了额外项 $\mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\Phi}u)$, 从而可以得到关于 V 的线性不等式(20)与(21), 这将在确保自适应律的参数和闭环系统输出的依概率有界以及跟踪误差均方收敛性能方面发挥关键作用。

注释3 当随机噪声强度 $s(t,x) = 0$, 式(6)变为确定性系统时, 对于自适应律式(16), 文献[13]取 $\mathbf{C} = \mathbf{0}$, 仅能保证跟踪误差渐近收敛到0。若矩阵 \mathbf{C} 是正定的, 当压电致动器不存在随机干扰时, $LV = \dot{V}$ 。由式(20)可知, $\dot{V} \leq -cV$, 从而确保跟踪误差指数收敛到0, 大大加快了跟踪误差的收敛速度, 提高了闭环系统的跟踪性能。另外, 由于仅需 \mathbf{C} 是正定的, 参数 c_2 可为非零常数, φ_0 和 φ_1 可以相互耦合, 从而扩大了自适应律的选择范围。

注释4 由定理1可知, 调节增益的设计和稳定性分析是在假设1和假设2的条件下进行的, 只需了解不确定扰动和随机噪声强度的有界性, 无需知道它们的具体形式, 可调增益可在没有非线性迟滞动态方程、蠕变非线性模型的情况下构建。因此, 扰动整合简化了扰动处理的复杂性。设计模型自适应增益调节机制, 可根据实际扰动情况动态调整控制增益, 确保闭环系统输出能够紧密跟踪设定目标。通过整体扰动抑制策略, 可提高系统对未知和不可预测扰动的鲁棒性, 确保闭环系统在各种环境下的稳定性和精度。

综合以上分析, 可以给出调节增益 $k_1(t)$ 的设计步骤。

步骤1: 定义误差 X, Y, \widehat{e} 及 $R(t,d)$ 。

步骤2: 选择适当的参数矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{C} , 确定自适应律 $\boldsymbol{\Phi} = [\varphi_0, \varphi_1]^T$ 。

步骤3: 计算 σ , 确定调节增益 $k_1(t)$ 。

3 数值仿真

对稳定的参考模型(8)及具有随机干扰压电致动器闭环动态方程(9), 取 $a_{m0} = 10\,000$, $a_{m1} = 200$, $a_0 = 190\,900$, $a_1 = 4\,651$, $\beta_0 = 19\,605$, $k_2(t) = 150 \sin(10t) + 150$, $u = 220$, $d(t,x) = 100 \sin(20t) \cdot \tanh(x)$ 。

记 $\mathbf{X}_m = [x_m, \dot{x}_m]^T$, 则式(8)和(9)分别为

$$\dot{\mathbf{X}}_m = \mathbf{A}_m \mathbf{X}_m + \mathbf{B}_m(t)u \quad (23)$$

$$d\mathbf{Z} = [\mathbf{A}\mathbf{Z} + \mathbf{B}(t)u + \mathbf{D}(t,x)]dt + \mathbf{H}(t,x)d\mathbf{w} \quad (24)$$

式中： $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B}_m(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ k_2(t) \end{bmatrix}$, $\mathbf{B}(t) = [0,$

$k_1(t)\beta_0]^T, \mathbf{D}(t, x) = [0, d(t, x)]^T, \mathbf{H}(t, x) = [0, s(t, x)]^T$ 。

由式(13),取 $Q = \text{diag}(1, 10^6)$, 得

$$P = \begin{bmatrix} 0.2625 & -0.5 \\ -0.5 & 2.525 \end{bmatrix}$$

取 $\Lambda = I, C = 100I, \Phi(0) = \alpha/u$, 其中 I 为二阶单位矩阵。设初始值 $X_m(0) = [0, 0]^T, Z(0) = [-2, 0]^T$ 。分别取有界随机噪声强度和渐近趋于零的噪声强度为

$$s(t, x) = 2 \times 10^6 \cos(15t)/(1 + x^2), t \geq 0 \quad (25)$$

$$s(t, x) = 2 \times 10^7 e^{-t}/(1 + x^2), t \geq 0 \quad (26)$$

当噪声强度为式(26)时,以传统PID控制方法为例将模型参考自适应控制方法与之进行对比,为此引入(参见文献[14]):

$$k_{PID}(t) = \frac{1}{\beta_0 u} \left[K_p X(t) + K_I \int_0^T X(t) dt + K_D \dot{X}(t) \right] \quad (27)$$

式中: $K_p = 10^4, K_I = 10^7, K_D = 10^4$ 。为了更好地比较两种控制方法,给出如下3种评价指标:

(1) 均方根误差: $e_r = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \mathbb{E}X^2(t) dt}$, 其中 T 为仿真时间长度。均方根误差反映了跟踪误差的平均效果。

(2) 稳态误差: $e_{ss} = \max_{t > t_{ss}} \sqrt{\mathbb{E}X^2(t)}$, 其中 t_{ss} 为跟踪误差趋于稳定的时间。稳态误差决定了控制系统的控制精度。

(3) 收敛时间: $t_\varepsilon = \min_{t > t_{ss}} \{t_s \geq 0 | \sqrt{\mathbb{E}X^2(t)} < \varepsilon, \forall t \geq t_s\}$ 式中: $\varepsilon = 0.01$ 。收敛时间 t_ε 为跟踪误差均方根小于 ε 的时间。

由式(12)、(23)、(24)和(27),通过编写Matlab程序,仿真结果如图1、图2所示,PID控制与模型参考自适应控制方法的3种评价指标对比见表1。

图1和图2分别呈现了在有界随机噪声强度和渐近趋于零的随机噪声强度情形下闭环系统的100条输出样本曲线与输出均值曲线、跟踪误差绝对值样本曲线与均方根曲线、调节增益样本曲线与均值曲线等。如图1(b)所示,闭环系统的跟踪误差随着时间的增大具有振幅较小的振荡,振荡是由于随机干扰而产生的。遗憾的是,无法保证闭环系统跟踪误差的渐近稳定性,只能保证闭环系统输出的依概率有界性和跟踪误差的均方有界性。图2(b)显示当随机噪声强度渐近趋于零,在自适应增益调节作用下,闭环系统跟踪误差均方根渐近趋于零,从而闭环系统的输出在随机干扰渐近消失时能跟踪参考模型的输出。图2(a)~(b)和表1表明,模型参考自适应控制器可

以获得比传统PID控制器更小的误差范围和更稳定的跟踪结果。仿真结果表明,本文所提出的模型参考自适应控制方案在具有随机干扰的情况下能有效地补偿外部扰动对系统输出的影响。

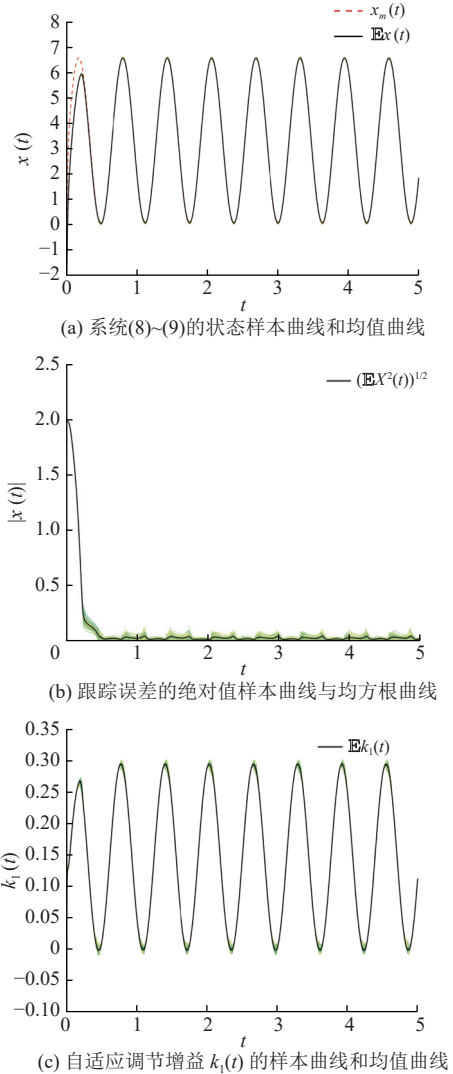


图1 随机噪声强度为式(25)时的数值模拟

Fig.1 Numerical simulations under the stochastic noise intensity defined in Equation (25)

4 结论

本文在考虑不确定扰动和随机噪声强度均有界的情况下,提出了能够自适应调节输入增益的模型参考自适应控制方案,应用于压电致动器的输出跟踪控制。通过构造合适的Lyapunov函数和自适应更新律,利用随机稳定性理论,得到了相应的自适应调节增益,保证了所考虑的压电致动器输出依概率有界且输出跟踪误差均方收敛。特别地,当压电致动器没有随机干扰时,保证了输出跟踪误差指数收敛到

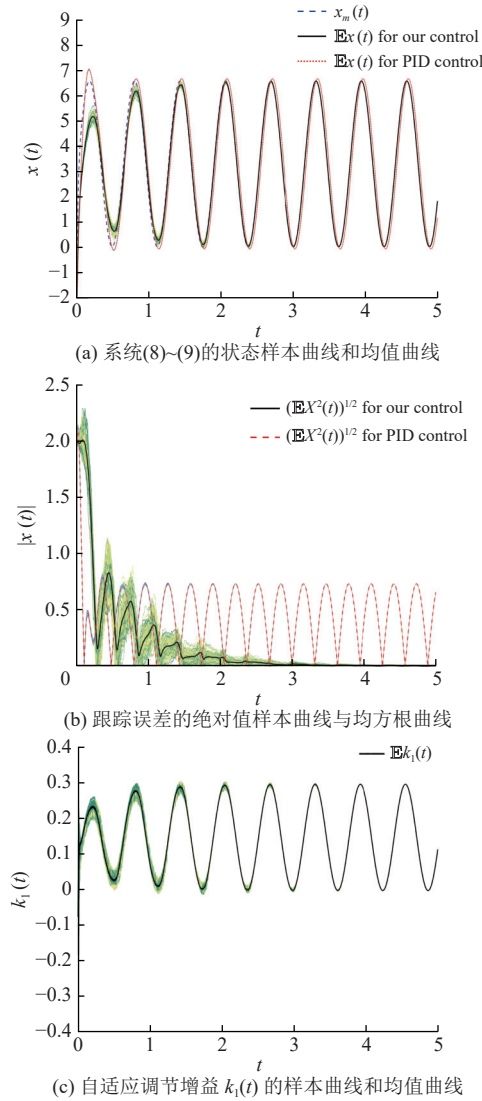


图2 随机噪声强度为式(26)时的数值模拟

Fig.2 Numerical simulation under the stochastic noise intensity defined in Equation (26)

表1 随机噪声强度(26)下自适应控制和PID控制的评价指标对比

Table 1 Comparison of evaluation indicators between adaptive control and PID control for (26)

评价指标	e_r	e_{ss}	t_E
本文控制方法	0.441 0	0.007 1	3.782 6
PID控制	0.556 6	0.732 1	

零,改进了文献中的相应结果。数值模拟结果验证了本文所提出方案的有效性及其优越性。未来的研究将进一步探索如何更有效地抑制随机干扰对压电致动器输出的影响,以提升系统的整体性能。

参考文献:

[1] 谭久彬, 蒋庄德, 雒建斌. 高端精密装备精度测量基础理论与方法[J]. 中国科学基金, 2022, 36(6): 955-962.

TAN J B, JIANG Z D, LUO J B, *et al.* Accuracy measurement theory and method for high-end precision equipment[J]. *Bulletin of National Natural Science Foundation of China*, 2022, 36(6): 955-962.

[2] 肖渊, 张威, 王盼, 等. 直接驱动型压电式喷头微滴产生过程数值模拟及试验研究[J]. *机械工程学报*, 2020, 56(17): 233-239.

XIAO Y, ZHANG W, WANG P, *et al.* Numerical simulation and experimental research of micro-droplet generation by directly actuated piezoelectric nozzle[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(17): 233-239.

[3] DENG J, LIU S, LIU Y, *et al.* A 2-DOF needle insertion device using inertial piezoelectric actuator[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, 69(4): 3918-3927.

[4] GAN J, ZHANG X. A review of nonlinear hysteresis modeling and control of piezoelectric actuators[J]. *AIP Advances*, 2019, 9(4): 040702.

[5] 施建昌, 肖晓兰, 李昊, 等. 压电致动器非线性特征的控制策略研究进展[J]. *广东工业大学学报*, 2024, 42(4): 14-25.

SHI J C, XIAO X L, LI H, *et al.* Research progress on control strategies for nonlinear characteristics of piezoelectric actuators[J]. *Journal of Guangdong University of Technology*, 2024, 42(4): 14-25.

[6] 王博文, 崔玉国, 谢启芳, 等. 基于率相关迟滞模型的压电微动平台前馈控制[J]. *压电与声光*, 2022, 44(6): 898-900.

WANG B W, CUI Y G, XIE Q F, *et al.* Feedforward control of piezoelectric micro-positioning stage based on rate-dependent hysteresis model[J]. *Piezoelectric & Acousto-optics*, 2022, 44(6): 898-900.

[7] 张萌, 刘玉为, 吴焱, 等. 基于Maxwell模型的压电驱动系统前馈控制方法[J]. *陕西科技大学学报*, 2024, 42(5): 174-183.

ZHANG M, LIU Y W, WU Y, *et al.* Feed-forward control method of piezoelectric drive system based on Maxwell model[J]. *Journal of Shanxi University of Science & Technology*, 2024, 42(5): 174-183.

[8] GAN J, ZHANG X, WU H. Tracking control of piezoelectric actuators using a polynomial-based hysteresis model[J]. *AIP Advances*, 2016, 6(6): 065204.

[9] ZHANG X, WANG Y, WANG C, *et al.* Adaptive estimated inverse output-feedback quantized control for piezoelectric positioning stage[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(6): 2106-2118.

[10] 张毅. 压电作动器的非线性建模及控制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2022.

[11] WANG Z, HOU B, HU C, *et al.* Trajectory compensation based adaptive control for high-precision piezoelectric actuators[J]. *Sensors and Actuators A-Physical*, 2024, 375: 115541.

