

陈家琪, 杨兴雨. 考虑投资者心理账户的模糊资产-负债组合优化模型[J]. 广东工业大学学报, 2025, 42(1): 134-144. doi: 10.12052/gdutxb.230178.
Chen Jiaqi, Yang Xingyu. Fuzzy asset-liability portfolio optimization model with investors' mental accounts[J]. Journal of Guangdong University of Technology, 2025, 42(1): 134-144. doi: 10.12052/gdutxb.230178.

考虑投资者心理账户的模糊资产-负债组合优化模型

陈家琪, 杨兴雨

(广东工业大学 管理学院, 广东 广州 510520)

摘要: 现实中投资者在同时管理资产和负债的过程中往往受到心理账户的影响, 本文研究模糊环境下考虑投资者心理账户和偿债行为的资产-负债组合优化问题。首先, 假设资产收益率和负债增长率均为LR型模糊数, 以最大化期望净财富和最小化风险为目标, 建立了考虑投资者心理账户的模糊资产-负债组合优化模型。其次, 设计了一个粒子群-模拟退火混合智能算法对模型进行求解。最后, 选取真实股票数据对建立的模型和求解算法进行实例分析。研究表明不同心理账户的投资策略会有差异, 提出的模型能够刻画投资者不同的心理预期, 可以为实际的投资活动提供决策支持。

关键词: 模糊投资组合; 心理账户; 资产-负债管理; 混合智能算法

中图分类号: TP18;F830

文献标志码: A

文章编号: 1007-7162(2025)01-0134-11

Fuzzy Asset-liability Portfolio Optimization Model with Investors' Mental Accounts

Chen Jiaqi, Yang Xingyu

(School of Management, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510520, China)

Abstract: In reality, investors are often influenced by mental account when they manage assets and liabilities at the same time. Therefore, an asset-liability portfolio optimization problem is considered with investors' mental accounts and debt-paying behavior in fuzzy environment. First, we assume that the return rates of assets and the growth rate of liability are LR-fuzzy numbers, with the objectives of maximizing the possibilistic mean of the net wealth and minimizing its lower semi-absolute deviation, a fuzzy asset-liability portfolio optimization model considering investors' mental accounts is proposed. Second, a novel hybrid intelligent algorithm is designed based on Particle Swarm Optimization and Simulated Annealing to solve it. Finally, based on real stock data, a numerical example is conducted to analyze the model and the solving algorithm. The results show that different mental accounts will have different investment strategies, the proposed model can describe investors' mental account characteristics and provide decision support for actual investment activities.

Key words: fuzzy portfolio; mental account; asset-liability management; hybrid intelligence algorithm

1952年, Markowitz^[1]提出了经典的均值-方差投资组合理论, 奠定了现代金融学的基础。随后, 众多学者丰富和发展了该理论, 取得了大量的研究成果。Konno和Yamazaki^[2]提出用绝对偏差度量风险, 构建了一个均值-绝对偏差投资组合线性规划模型。

大量研究利用随机变量刻画资产的收益和风险, 在随机环境下研究投资组合问题。然而, 现实金

融环境中存在许多非随机因素, 风险资产的收益很大程度上表现为模糊不确定性。众多学者利用Zadeh^[3]提出的模糊集合理论刻画金融市场中的模糊性, 研究了模糊投资组合问题。Guo等^[4]研究了一个具有V型交易成本的模糊多期投资组合问题, 在可信性理论的框架下, 构建了在总风险约束下以最终收益最大化为目标的均值-方差模型。Liu等^[5]考虑了

收稿日期: 2023-11-13 录用日期: 2024-02-04 网络首发日期: 2024-05-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(72371080); 广东省基础与应用基础研究基金资助项目(2023A1515012840); 广东省哲学社会科学规划项目(GD23XGL022)

作者简介: 陈家琪(1998-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为投资组合与风险管理, E-mail: chjiaqi@qq.com

通信作者: 杨兴雨(1981-), 男, 教授, 主要研究方向为金融工程与在线金融决策, E-mail: yangxy@gdut.edu.cn

收益需求和风险控制等约束,研究了模糊环境下的国际资产配置问题。Liu等^[6]定义了两个业绩评价指标来衡量负波动率和正波动率对投资组合选择的影响,建立了一个多期投资组合业绩评价模型。Zhou和Li^[7]考虑了交易成本和破产概率,构建了一个多期均值-半熵投资组合模型。陈思豆等^[8]考虑了投资过程中的卖空交易,构建了一个多期可信性均值-下半方差-偏度投资组合优化模型。张鹏等^[9]考虑了借款约束、阈值约束和基数约束等现实约束,构建了一个多阶段均值-标准半方差模糊投资组合模型,并用离散近似迭代算法进行求解。Pahade和Jha^[10]同时考虑了投资者需求和股票特征,建立了一个可能性均值-半绝对偏差投资组合模型。Deng等^[11]考虑交易成本、基数约束和数量约束,构建了一个可能性均值-半绝对偏差-Yager熵投资组合模型,并用NSGA-II算法求解。Yang等^[12]考虑了三种类型的卖空约束条件,提出了一个多期模糊投资组合优化模型。

上述研究都将投资者视为理性人,但大多数投资者是有限理性的。Tversky和Kahneman^[13]通过一些违反期望效用理论的现象,发现不同个体面对决策时可能会有非理性的偏好;人们会无意识地把不同的决策任务分配给相应的心理账户,每个心理账户根据各自的参考点对结果进行评估,从而产生不同的选择。Thaler^[14]用心理账户描述编码、分类和评估事件的整个过程,表明人们会根据资金的来源、支出和用途等因素将其划分到不同的心理账户,如一部分用于休闲娱乐,一部分用于日常开销等。为了解释和分析心理账户对投资组合决策结果的影响,Shefrin和Statman^[15]提出了行为投资组合理论(Behavioral Portfolio Theory, BPT)。该理论认为投资者的资产结构是金字塔型的分层结构,每层相当于一个心理账户,且与投资者的特定目标和风险态度相关联,风险程度从底层到高层逐渐增加。Das等^[16]基于均值-方差投资组合理论和行为投资组合理论构建了心理账户投资组合优化模型,投资者的总投资组合被视为心理账户子投资组合的集合,每个心理账户与一个目标相关联,其风险由未能达到收益阈值水平的概率来衡量。赵新成^[17]考虑了心理账户投资的特征,分别在3种情形下构建了投资组合模型。Zhang和Yao^[18]研究了具有梯形模糊数收益和多个心理账户的投资组合选择问题,提出了一种新的模糊行为投资组合决策模型。Deng和Huang^[19]在不确定性理论的框架下,考虑了多重背景风险和9种心理账户,构建了多重背景风险下具有风险曲线和总心

理账户的均值-熵投资组合模型。张鹏和叶书宁^[20]利用随机模糊数描述资产收益,考虑了心理账户和V型交易成本,构建了均值-半绝对偏差投资组合模型。Li等^[21]构建了基于两个心理账户的投资组合选择模型,并设计了一个序列凸逼近算法进行求解。Li等^[22]考虑了心理账户对投资策略的影响,构建了一个不确定随机投资组合模型。

实际投资过程中,投资者可能需要同时管理资产和负债,因此一些学者研究了考虑负债管理的投资组合问题。Sharpe和Tint^[23]考虑了投资者不同程度的风险承受能力,构建了以实现不同程度盈余优化为目标的资产-负债管理模型。Li等^[24]通过投资期限结束前控制破产概率,构建了一个考虑破产控制的多期资产-负债管理的投资组合优化模型。Yao等^[25]考虑了非受控现金流和不确定退出时间,构建了一个多期均值-方差的资产-负债组合优化模型。Wu等^[26]考虑了限制每期财富小于负债的概率的约束条件,构建了一个多期均值-方差资产-负债组合优化模型。杨兴雨等^[27]等考虑了破产控制和偿债行为,构建了以最大化最终期望净财富和最小化最终累积风险为目标的多期模糊资产-负债组合优化模型。Wu等^[28]考虑了风险资产的收益与负债之间的相关性,研究了多期均值-方差资产负债组合管理问题。

现实中的投资者大多是有限理性的,其投资决策行为往往会受到心理账户的影响,即投资者根据用途将资金划分成若干份存入不同的心理账户,并根据各心理账户的特点进行决策。同时,投资者可能有管理负债的需求,因此本文研究模糊环境下考虑投资者心理账户的资产-负债组合优化问题。投资者对每个心理账户中的资金采取不同的管理策略,将资金分配到各个资产上或者用于偿债。LR型模糊数是一类比三角模糊数和梯形模糊数更为一般的模糊数,因此本文将资产收益率和负债增长率视为更具通用性的LR型模糊数。用可能性期望度量投资组合的收益,用下半绝对偏差度量投资过程中产生的风险,构建一个考虑投资者心理账户的模糊均值-下半绝对偏差-资产-负债组合优化模型,并设计粒子群-模拟退火算法求解模型,进一步通过实例分析检验模型的有效性。

1 相关概念和理论

本节介绍一些本文所涉及的模糊数的相关概念和理论。

定义1^[29] 设 \tilde{A} 为一个模糊数,其隶属度函数为 $\mu_{\tilde{A}}(\cdot)$,对任意的 $\gamma \in [0, 1]$,称集合

$$[\tilde{A}]^\gamma = \{x \in \mathbf{R} | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \gamma\} \quad (1)$$

为 \tilde{A} 的 γ -水平截集, γ 为置信水平。

若模糊数 \tilde{A} 的隶属函数连续,则它的 γ -水平截集为一个区间,记为 $[\tilde{A}]^\gamma = [a(\gamma), \bar{a}(\gamma)]$ 。

定义2^[31] 设 \tilde{A} 为一个模糊数,其隶属度函数为 $\mu_{\tilde{A}}(\cdot)$,对于任意的集合 $C \subseteq \mathbf{R}$,事件 $\{\tilde{A} \in C\}$ 发生的可能性定义为

$$\text{Pos}\{\tilde{A} \in C\} = \sup_{x \in C} \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (2)$$

若模糊数 \tilde{A} 是连续的,则有

$$\text{Pos}[\tilde{A} \geq \bar{a}(\gamma)] = \sup_{x \geq \bar{a}(\gamma)} \mu_{\tilde{A}}(x) = \gamma \quad (3)$$

定义3^[29] 设 \tilde{A} 为一个模糊数,定义其区间可能性均值和可能性均值分别为

$$M[\tilde{A}] = \left[2 \int_0^1 \gamma a(\gamma) d\gamma, 2 \int_0^1 \gamma \bar{a}(\gamma) d\gamma \right] \quad (4)$$

$$E[\tilde{A}] = \int_0^1 \gamma (a(\gamma) + \bar{a}(\gamma)) d\gamma \quad (5)$$

定义4^[30] 设 \tilde{A} 为一个模糊数,定义其可能性下半绝对偏差为

$$\text{SA}[\tilde{A}] = E[\min\{\tilde{A} - M[\tilde{A}], 0\}] \quad (6)$$

定义5^[31] 设 \tilde{A} 为一个模糊数,若其隶属函数具有如下形式

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{a-x}{\alpha}\right), & a-\alpha < x < a \\ 1, & a \leq x \leq b \\ R\left(\frac{x-b}{\beta}\right), & b < x < b+\beta \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\alpha, \beta \geq 0$, $L, R: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ 为单调不增连续函数且满足 $L(0) = R(0) = 1$ 和 $L(1) = R(1) = 0$,则称 \tilde{A} 为LR型模糊数,记为 $\tilde{A} = (a, b, \alpha, \beta)_{\text{LR}}$,称 $[a, b]$ 为峰值区, α, β 分别为左宽度和右宽度。

特别地,当 $L(t) = R(t) = 1 - t$ 时,称该LR型模糊数 \tilde{A} 为梯形模糊数。

易知,LR型模糊数 \tilde{A} 的 γ -水平截集为

$$[\tilde{A}]^\gamma = [a - \alpha L^{-1}(\gamma), b + \beta R^{-1}(\gamma)] \quad (8)$$

式中: $L^{-1}(\cdot)$ 和 $R^{-1}(\cdot)$ 分别表示函数 $L(\cdot)$ 和 $R(\cdot)$ 的反函数。

LR型模糊数 \tilde{A} 的区间可能性均值、可能性均值和可能性下半绝对偏差分别为

$$M[\tilde{A}] = [a - 2\alpha g, b + 2\beta h] \quad (9)$$

$$E[\tilde{A}] = \frac{a+b}{2} + \beta h - \alpha g \quad (10)$$

$$\text{SA}[\tilde{A}] = \frac{b-a}{2} + \alpha g + \beta h \quad (11)$$

式中: $g = \int_0^1 \gamma L^{-1}(\gamma) d\gamma$, $h = \int_0^1 \gamma R^{-1}(\gamma) d\gamma$ 。

引理1^[31] 设 $\tilde{A} = (a, b, \alpha, \beta)_{\text{LR}}$ 为LR型模糊数,对于任意的实数 $\lambda \in \mathbf{R}$,有

$$\lambda \tilde{A} = \begin{cases} (\lambda a, \lambda b, \lambda \alpha, \lambda \beta)_{\text{LR}}, & \lambda \geq 0 \\ (\lambda b, \lambda a, -\lambda \beta, -\lambda \alpha)_{\text{LR}}, & \lambda < 0 \end{cases} \quad (12)$$

引理2 若 \tilde{A}_1 和 \tilde{A}_2 为LR型模糊数,则 $\tilde{A}_1 + \tilde{A}_2$ 也为LR型模糊数。

证明 设两个LR型模糊数为 $\tilde{A}_1 = (a_1, b_1, \alpha_1, \beta_1)_{\text{LR}}$ 和 $\tilde{A}_2 = (a_2, b_2, \alpha_2, \beta_2)_{\text{LR}}$,其中 \tilde{A}_1 和 \tilde{A}_2 的左函数分别为 $L_1(\cdot)$ 和 $L_2(\cdot)$,右函数分别为 $R_1(\cdot)$ 和 $R_2(\cdot)$ 。为简便起见,下面仅讨论左右函数为单调递减的情形,对于单调不增的情形该结论也成立。

记 $\tilde{A} = \tilde{A}_1 + \tilde{A}_2$, $a = a_1 + a_2$, $b = b_1 + b_2$, $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$, $\beta = \beta_1 + \beta_2$ 。根据Zadeh的扩张原理

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \max_{x=x_1+x_2} \min\{\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \mu_{\tilde{A}_2}(x_2)\}$$

易知,当 $a \leq x \leq b$ 时, $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$;当 $x \leq a - \alpha$ 或 $x \geq b + \beta$ 时, $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$ 。

当 $a - \alpha < x < a$ 时,由隶属函数 $\mu_{\tilde{A}_1}(\cdot)$ 和 $\mu_{\tilde{A}_2}(\cdot)$ 分别在区间 $[a_1 - \alpha_1, a_1]$ 和区间 $[a_2 - \alpha_2, a_2]$ 上单调递增可知,存在唯一一对 $x_1 \in [a_1 - \alpha_1, a_1]$ 和 $x_2 \in [a_2 - \alpha_2, a_2]$,满足 $x = x_1 + x_2$, $\mu_{\tilde{A}_1}(x_1) = \mu_{\tilde{A}_2}(x_2)$ 。

记 $\mu_{\tilde{A}_1}(x_1) = \mu_{\tilde{A}_2}(x_2) = \gamma$ 。再次根据隶属函数单调性可知, $\max_{x=x_1+x_2} \min\{\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \mu_{\tilde{A}_2}(x_2)\} = \gamma$,从而有 $\mu_{\tilde{A}}(x) = \gamma$ 。

由 $\mu_{\tilde{A}_1}(x_1) = \mu_{\tilde{A}_2}(x_2) = \gamma$ 可知

$$L_1\left(\frac{a_1 - x_1}{\alpha_1}\right) = L_2\left(\frac{a_2 - x_2}{\alpha_2}\right) = \gamma$$

由于 $L_1(\cdot)$ 、 $L_2(\cdot)$ 为单调递减函数,其反函数存在,则有 $x_1 = a_1 - \alpha_1 L_1^{-1}(\gamma)$, $x_2 = a_2 - \alpha_2 L_2^{-1}(\gamma)$,于是, $x = a_1 + a_2 - \alpha_1 L_1^{-1}(\gamma) - \alpha_2 L_2^{-1}(\gamma)$ 。

令 $f_1(\gamma) = a_1 + a_2 - \alpha_1 L_1^{-1}(\gamma) - \alpha_2 L_2^{-1}(\gamma)$,则有 $f_1(\gamma) = x$ 。由于 $f_1(\cdot)$ 为单调递增连续函数,其反函数存在,则有 $f_1^{-1}(x) = \gamma$,从而有 $\mu_{\tilde{A}}(x) = f_1^{-1}(x)$ 。

类似地,当 $b < x < b + \beta$ 时,模糊数 \tilde{A} 的隶属函数表达式为 $\mu_{\tilde{A}}(x) = f_2^{-1}(x)$,其中 $f_2(\gamma) = b_1 + b_2 + \beta_1 R_1^{-1}(\gamma) + \beta_2 R_2^{-1}(\gamma)$ 为单调递减连续函数。

由以上分析可知, \tilde{A} 为LR型模糊数。记其左右函数分别为 $L(\cdot)$ 和 $R(\cdot)$,则有

$$L\left(\frac{a-x}{\alpha}\right) = f_l^{-1}(x), \quad a-\alpha < x < a$$

$$R\left(\frac{x-b}{\beta}\right) = f_r^{-1}(x), \quad b < x < b+\beta$$

因此, \tilde{A} 的左右函数分别为 $L(t) = f_l^{-1}(a-\alpha t)$ 和 $R(t) = f_r^{-1}(b+\beta t)$, $t \in [0, 1]$ 。

综上, $\tilde{A} = \tilde{A}_1 + \tilde{A}_2 = (a, b, \alpha, \beta)_{LR}$, 其隶属度函数为

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{a-x}{\alpha}\right), & a-\alpha < x < a \\ 1, & a \leq x \leq b \\ R\left(\frac{x-b}{\beta}\right), & b < x < b+\beta \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

2 模型构建

2.1 问题描述

在实际投资中, 投资者往往会根据不同用途将资金划分成若干部分放入不同的心理账户, 并根据各心理账户的特点进行决策。假设一个投资者拥有一笔资金, 同时负有一笔债务, 计划将该笔资金划分到 m 个心理账户, 用于投资 n 种风险资产和偿还部分或全部负债。考虑到金融市场的模糊不确定性, 假设资产收益率和负债增长率为 LR 型模糊数, 记第 i 种资产的收益率为 $\tilde{r}_i = (a_i, b_i, \alpha_i, \beta_i)_{LR}$, 负债的增长率为 $\tilde{r}_0 = (a_0, b_0, \alpha_0, \beta_0)_{LR}$ 。

基于以上假设, 考虑投资者心理账户的模糊资产-负债组合优化问题, 投资过程图 1 所示。投资者将初始资金存入 m 个心理账户, 用于投资 n 种风险资产或将部分资金进行偿债, 从而得到每个心理账户的财富管理组合, 结合所有的子财富管理组合可得到总财富管理策略。

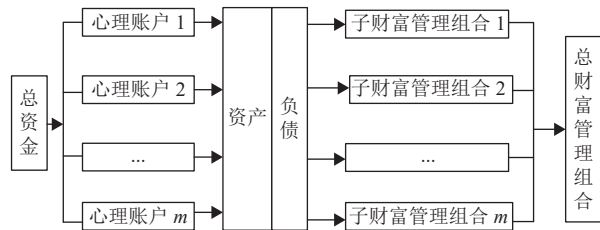


图 1 考虑心理账户的资产-负债组合管理过程

Fig.1 The process of managing asset-liability portfolio with mental accounts

为方便叙述, 定义如下符号: c_i 为第 i 种风险资产的交易费用率, $i = 1, \dots, n$; W^0 为投资者的初始资金; W_k^0 为第 k 个心理账户中的初始资金, $k = 1, \dots, m$; L^0 为投资者的初始负债; $x_{k,i}$ 为第 k 个心理账户中第 i 种风险资产的投资比例; $x_{k,0}$ 为第 k 个心理账户中用

于偿还负债的资金比例; \mathbf{x}_k 为第 k 个心理账户的财富管理组合, 即 $\mathbf{x}_k = (x_{k,0}, x_{k,1}, \dots, x_{k,n})$; \mathbf{x}^m 为投资者的财富管理策略, 由所有心理账户的财富管理组合构成, 即 $\mathbf{x}^m = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\}$; \tilde{S} 为投资者的期末净财富。

2.2 约束条件构建

2.2.1 心理账户的最低财富水平约束

根据行为投资组合理论, 投资者的资产结构为金字塔型的分层结构, 每一层都有不同的目标, 最底层作为保护层, 用于避免贫困, 最高层是潜力层, 用于冒险求富。因此, 投资者对每个心理账户的期末财富有不同的期望水平。假设投资者给定第 k 个心理账户的最低财富水平 A_k , 并且要求期末财富 \tilde{W}_k 不低于 A_k 的可能性不小于给定的阈值 θ_k , 则第 k 个心理账户的最低财富水平约束为

$$\text{Pos}\{\tilde{W}_k \geq A_k\} \geq \theta_k \quad (14)$$

记第 k 个心理账户的期末财富 \tilde{W}_k 的 γ -水平截集为 $[\tilde{W}_k]^\gamma = [\underline{w}(\gamma), \bar{w}(\gamma)]$, $0 < \gamma < 1$ 。由定义 2 可知, $\text{Pos}\{\tilde{W}_k \geq \bar{w}(\theta_k)\} = \theta_k$ 。由于 $\text{Pos}\{\tilde{W}_k \geq x\}$ 是关于 x 的单调不减函数, 因此式(14)可以转化为

$$W_k^0 \sum_{i=1}^n x_{k,i} b_i + W_k^0 \sum_{i=1}^n x_{k,i} \beta_i R^{-1}(\theta_k) \geq A_k \quad (15)$$

2.2.2 心理账户的风险控制约束

行为投资组合理论将投资者视为有限理性人, 投资者在面对投资过程产生的风险并不总是厌恶的。因此, 每个心理账户的风险承受能力可能存在差异。假设第 k 个心理账户的投资组合的最高风险水平为 v_k , 用投资组合收益的下半绝对偏差 $\text{SA}[\tilde{R}_k]$ 刻画第 k 个心理账户投资组合的风险, 则第 k 个心理账户的风险控制表示为

$$\text{SA}[\tilde{R}_k] \leq v_k \quad (16)$$

2.2.3 偿债比例约束

由于投资者有一笔负债, 在投资决策过程中可以从各个心理账户中提取一些资金用于偿还全部或部分债务, 每个心理账户的偿债资金有一定限额。记第 k 个心理账户的最高偿债水平为 ψ_k , 则偿债比例边界约束为

$$0 \leq x_{k,0} \leq \psi_k \quad (17)$$

偿还负债的资金不超过总负债, 即

$$\sum_{k=1}^m W_k^0 x_{k,0} \leq L^0 \quad (18)$$

2.2.4 投资比例边界约束

为避免财富过度集中投资于某些资产, 需要对

每种资产的投资比例设置边界约束。本文假设投资过程禁止卖空,即投资比例下界为0。记投资比例上界为 $u_{k,i}$,则

$$0 \leq x_{k,i} \leq u_{k,i} \quad (19)$$

2.3 目标函数构建

假设风险资产的交易过程会产生交易费用,偿债过程不产生交易费用。用V型函数刻画交易费用,投资者的初始投资比例为0,则总交易费用为

$$J = \sum_{i=1}^n c_i \sum_{k=1}^m W_k^0 x_{k,i} \quad (20)$$

第 k 个心理账户投资组合的收益为

$$\tilde{R}_k = \sum_{i=1}^n x_{k,i} \tilde{r}_i = \left(\sum_{i=1}^n x_{k,i} a_i, \sum_{i=1}^n x_{k,i} b_i, \sum_{i=1}^n x_{k,i} \alpha_i, \sum_{i=1}^n x_{k,i} \beta_i \right)_{LR} \quad (21)$$

第 k 个心理账户投资组合收益的下半绝对偏差为

$$SA[\tilde{R}_k] = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n x_{k,i} b_i - \sum_{i=1}^n x_{k,i} a_i \right) + \sum_{i=1}^n x_{k,i} \alpha_i g_i + \sum_{i=1}^n x_{k,i} \beta_i h_i \quad (22)$$

第 k 个心理账户的期末财富为

$$\begin{aligned} \tilde{W}_k &= W_k^0 \tilde{R}_k = W_k^0 \sum_{i=1}^n x_{k,i} \tilde{r}_i = \\ & W_k^0 \left(\sum_{i=1}^n x_{k,i} a_i, \sum_{i=1}^n x_{k,i} b_i, \sum_{i=1}^n x_{k,i} \alpha_i, \sum_{i=1}^n x_{k,i} \beta_i \right)_{LR} \end{aligned} \quad (23)$$

投资者期末负债为

$$\tilde{L} = \left(L^0 - \sum_{k=1}^m W_k^0 x_{k,0} \right) \tilde{r}_0 \quad (24)$$

于是,期末的净财富值为

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \tilde{W} - \tilde{L} - J = \sum_{k=1}^m W_k^0 \left(\sum_{i=1}^n x_{k,i} \tilde{r}_{k,i} \right) - \\ & \left(L^0 - \sum_{k=1}^m W_k^0 x_{k,0} \right) \tilde{r}_0 - J = \sum_{k=1}^m W_k^0 \left(\sum_{i=0}^n x_{k,i} \tilde{r}_{k,i} \right) - \\ & L^0 \tilde{r}_0 - J = (a_S, b_S, \alpha_S, \beta_S)_{LR} \end{aligned} \quad (25)$$

式中:

$$\begin{aligned} a_S &= \sum_{k=1}^m W_k^0 \sum_{i=0}^n x_{k,i} a_i - L^0 b_0 - C \\ b_S &= \sum_{k=1}^m W_k^0 \sum_{i=0}^n x_{k,i} b_i - L^0 a_0 - C \end{aligned}$$

$$\alpha_S = \sum_{k=1}^m W_k^0 \sum_{i=0}^n x_{k,i} \alpha_i + L^0 \beta_0$$

$$\beta_S = \sum_{k=1}^m W_k^0 \sum_{i=0}^n x_{k,i} \beta_i + L^0 \alpha_0$$

期末的净财富期望值为

$$E[\tilde{S}] = \frac{a_S + b_S}{2} + \beta_S g_S - \alpha_S h_S \quad (26)$$

期末的净财富值风险为

$$SA[\tilde{S}] = \frac{b_S - a_S}{2} + \alpha_S g_S + \beta_S h_S \quad (27)$$

式中: $g_S = \int_0^1 \gamma L^{-1}(\gamma) d\gamma$, $h_S = \int_0^1 \gamma R^{-1}(\gamma) d\gamma$, $L(\cdot)$ 和 $R(\cdot)$ 分别为 \tilde{S} 的左、右函数。

2.4 模型构建

假设投资者在满足心理账户的最低财富水平约束、风险控制约束、偿债比例约束、投资比例边界约束下,寻求一个期末期望净财富最大化、风险最小化的财富管理策略。因此,建立如下考虑投资者心理账户的模糊资产-负债组合优化模型

$$P_1 \left\{ \begin{aligned} & \max E[\tilde{S}] \\ & \min SA[\tilde{S}] \\ & \text{s. t. } W_k^0 \sum_{i=1}^n x_{k,i} b_i + W_k^0 \sum_{i=1}^n x_{k,i} \beta_i R^{-1}(\theta_k) \geq A_k \\ & SA[\tilde{R}_k] \leq v_k \\ & 0 \leq x_{k,0} \leq \psi_k \\ & \sum_{k=1}^m W_k^0 x_{k,0} \leq L^0 \\ & \sum_{i=0}^n x_{k,i} = 1 \\ & 0 \leq x_{k,i} \leq u_{k,i}, k = 1, 2, \dots, m, i = 0, 1, \dots, n \end{aligned} \right.$$

为了求解模型 P_1 ,本文采用文献[32]提出的加权极大-极小模糊目标规划方法将其转化为单目标规划模型,具体过程如下:

步骤1:分别求解以下两个单目标优化模型

$$\begin{aligned} P_2 & \left\{ \begin{aligned} & \max E(\mathbf{x}^m) \\ & \text{s.t. } \mathbf{x}^m \in D \end{aligned} \right. \\ P_3 & \left\{ \begin{aligned} & \min SA(\mathbf{x}^m) \\ & \text{s.t. } \mathbf{x}^m \in D \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

式中: D 为模型 P_1 的可行域。记所得最优解分别为 \mathbf{x}_E^* 和 \mathbf{x}_{SA}^* , E^+ 、 E^- 为模型 P_1 的期望净财富的正、负理想解, V^+ 、 V^- 为模型 P_1 的风险的正、负理想解。易知, $E^+ = E(\mathbf{x}_E^*)$ 和 $V^+ = SA(\mathbf{x}_{SA}^*)$, $E^- = E(\mathbf{x}_{SA}^*)$ 和 $V^- = SA(\mathbf{x}_E^*)$ 。

步骤2:对于任意的可行解 $\mathbf{x}^m \in D$,定义投资者

对于两个目标的满意度, 分别为

$$S_E(\mathbf{x}^m) = \begin{cases} \frac{E[\mathbf{x}^m] - E^-}{E^+ - E^-}, & E^- \leq E(\mathbf{x}^m) \leq E^+ \\ 0, & E(\mathbf{x}^m) < E^- \end{cases}$$

$$S_{SA}(\mathbf{x}^m) = \begin{cases} \frac{V^- - SA[\mathbf{x}^m]}{V^- - V^+}, & V^+ \leq SA(\mathbf{x}^m) \leq V^- \\ 0, & SA(\mathbf{x}^m) > V^- \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta = \frac{\sum_{i=1}^n u_{k,i} - (1 - \psi_k)}{\sum_{i=1}^n u_{k,i} - \sum_{i=1}^n p_{k,i}} \\ x_{k,i} = \theta p_{k,i} + (1 - \theta) u_{k,i} \\ x_{k,0} = 1 - \sum_{i=1}^n x_{k,i} \end{cases} \quad (31)$$

步骤3: 将模型 P_1 转化为如下单目标规划模型

$$P_4 \begin{cases} \max \lambda \\ \text{s.t. } w_1 \lambda \leq \frac{E[\tilde{S}] - E^-}{E^+ - E^-} \\ w_2 \lambda \leq \frac{V^- - SA[\tilde{S}]}{V^- - V^+} \\ \mathbf{x}^m \in D \end{cases}$$

式中: w_1 和 w_2 分别表示模型 P_1 中期末期望净财富和风险的权重, $w_1, w_2 \in [0, 1], w_1 + w_2 = 1$ 。

3 求解算法

本节设计一个粒子群-模拟退火混合算法求解上节所建立的资产-负债组合优化模型。该混合算法的核心思想是在粒子群(Particle Swarm Optimization, PSO)算法每次迭代中获得当前位置后, 利用模拟退火(Simulated Annealing, SA)算法产生新解, 通过计算目标函数的适应值判断是否接受新解, 克服单独使用粒子群算法时容易“早熟”, 即由于过快收敛而陷入局部最优的缺陷。

3.1 编码和解码

对模型的解进行实数编码, 并设计一个解码方式, 使得搜索空间中的任意实数向量所代表的解满足模型的预算约束、偿债比例约束和投资比例边界约束。

对模型的预算约束和偿债比例约束进行如下转换:

$$x_{k,0} = 1 - \sum_{i=1}^n x_{k,i} \quad (28)$$

$$1 - \psi_k \leq \sum_{i=1}^n x_{k,i} \leq 1 \quad (29)$$

将模型的解 x^m 编码为 $n \times m$ 维向量 $\mathbf{p} = (p_{1,1}, \dots, p_{1,n}, \dots, p_{m,1}, \dots, p_{m,n})$, 算法的搜索空间为

$$D = \{ \mathbf{p} = (p_{1,1}, \dots, p_{1,n}, \dots, p_{m,1}, \dots, p_{m,n}) : 0 \leq p_{k,i} \leq u_{k,i}, k = 1, \dots, m, i = 1, \dots, n \} \quad (30)$$

对于任意向量 $\mathbf{p} \in D$, 解码过程如下:

- (1) 输入 \mathbf{p} , 令 $k=1$ 。
- (2) 若 $\sum_{i=1}^n p_{k,i} < 1 - \psi_k$, 令

若 $1 - \psi_k \leq \sum_{i=1}^n p_{k,i} \leq 1$, 令

$$\begin{cases} x_{k,i} = p_{k,i} \\ x_{k,0} = 1 - \sum_{i=1}^n x_{k,i} \end{cases} \quad (32)$$

若 $\sum_{i=1}^n p_{k,i} > 1$, 令

$$\begin{cases} \theta = \left(\sum_{i=1}^n p_{k,i} \right)^{-1} \\ x_{k,i} = \theta p_{k,i} \\ x_{k,0} = 0 \end{cases} \quad (33)$$

(3) 若 $k < m$, 令 $k \leftarrow k + 1$, 返回(2); 否则, 输出 x^m , 并退出运算。

3.2 惩罚函数和评价函数

采用惩罚函数方法处理模型的心理账户财富水平约束、风险控制约束和偿债总额约束。

(1) 对于最低财富水平约束, 惩罚函数为

$$p_1(x^m) = \sum_{k=1}^m \max \left\{ A_k - W_k^0 \sum_{i=1}^n x_{k,i} b_i - W_k^0 \sum_{i=1}^n x_{k,i} \beta_i R^{-1}(\theta_k), 0 \right\} \quad (34)$$

(2) 对于风险控制约束, 惩罚函数为

$$p_2(x^m) = \sum_{k=1}^m \max \{ SA[\tilde{R}_k] - v_k, 0 \} \quad (35)$$

(3) 对于偿债总额约束, 惩罚函数为

$$p_3(x^m) = \max \left\{ \sum_{k=1}^m W_k^0 x_{k,0} - L_0, 0 \right\} \quad (36)$$

评价函数赋予位置向量 \mathbf{p} 一个适应度, 评价其优劣性。位置向量 \mathbf{p} 的评价函数为

$$F(\mathbf{p}) = \exp [f(x^m) - M(p_1(x^m) + p_2(x^m) + p_3(x^m))] \quad (37)$$

式中: $f(x^m) = \min \left\{ \frac{E[\tilde{S}] - E^-}{w_1(E^+ - E^-)}, \frac{V^- - SA[\tilde{S}]}{w_2(V^- - V^+)} \right\}$, M 为充分大的正数。

3.3 粒子群更新过程

假设粒子群规模为 N ,每个粒子都有各自的位置和速度,速度区间为 $[v_{\min}, v_{\max}]$ 。通常取 $v_{\min} = -v_{\max}$ 。在第 t 次迭代过程中,粒子 i 的位置记为 $p_i(t)$,速度向量记为 $v_i(t)$ 。记第 t 次迭代时第 i 个粒子的最佳位置为 p_i^{best} ,粒子群的全局最佳位置为 p^{gbest} ,则粒子 i 的速度和位置更新公式为

$$v_i(t+1) = \omega v_i(t) + c_1 r_1 [p_i^{\text{best}} - p_i(t)] + c_2 r_2 [p^{\text{gbest}} - p_i(t)] \quad (38)$$

$$p_i(t+1) = p_i(t) + v_i(t+1) \quad (39)$$

式中: ω 为惯性权重; c_1 、 c_2 为非负加速系数; r_1 、 r_2 为区间 $[0,1]$ 上均匀分布产生的随机数。

3.4 模拟退火过程

粒子群中的粒子在每次迭代中搜索到当前全局最佳位置 p^{gbest} 后进行模拟退火操作。设当前代数为 t ,当前温度为 T_t ,退火操作常采用的降温方式是指数退温,即 $T_{t+1} = \varepsilon T_t$,其中 $0 < \varepsilon < 1$ 。记粒子的当前位置为 $p = (p_{1,1}, \dots, p_{1,n}, \dots, p_{m,1}, \dots, p_{m,n})$,粒子位置 p 按照如下步骤进行模拟退火操作:

步骤1:对 p 中的所有元素以可接受概率 p_{ac} 进行更新,产生一个新位置 p' 。具体地,对于 p' 中的任意元素 $p_{k,i}'$,在区间 $[0,1]$ 上均匀分布产生一个随机数 z ,若 $z \geq p_{\text{ac}}$,则 $p_{k,i}' = p_{k,i}$;否则,在区间 $[0, u_{k,i}]$ 上随机生成 $p_{k,i}'$ 。

步骤2:计算新位置 p' 的适应值。

步骤3:若新位置 p' 优于原位置 p ,则更新粒子的位置至 p' ;否则,在区间 $[0,1]$ 上均匀分布产生一个随机数 z ,若 $z < T_t$,则更新粒子的位置至 p' ,反之,粒子位置不变。

3.5 求解算法流程

PSO-SA求解算法的具体流程如下。

步骤1 初始化参数:粒子数 N ,惯性权重 ω ,加速系数 c_1 、 c_2 ,最大速度 v_{\max} ,初始温度 T_0 ,最大迭代次数 t_{\max} 。

步骤2 令 $t = 1$,生成每个粒子的初始位置向量和初始速度向量,其中初始位置向量的元素在 $[0, u_{k,i}]$ 中产生,初始速度向量的元素在区间 $[-v_{\max}, v_{\max}]$ 中随机产生。

步骤3 将各粒子的位置向量进行解码,根据公式(37)计算各粒子当前位置的评价值。

步骤4 分别更新粒子群中各粒子的历史最优位置 p_i^{best} 和粒子群的全局历史最优位置 p^{gbest} 。

步骤5 根据式(38)和(39)更新各粒子的速度和位置。若粒子的位置向量元素超出区间 $[0, u_{k,i}]$,则就近取该区间的端点;若粒子的速度向量元素超出区间 $[-v_{\max}, v_{\max}]$,则就近取该区间的端点。

步骤6 执行模拟退火操作,更新粒子的位置。

步骤7 若 $t = t_{\max}$,停止迭代,输出当前粒子全局最优位置 p^{gbest} 对应的解作为模型的满意解;否则,进行降温操作,并令 $t \leftarrow t + 1$,返回步骤3。

4 实例分析

本节利用真实股票数据进行实例分析,检验本文所提出的考虑投资者心理账户的模糊资产-负债组合优化模型的有效性和实用性。

4.1 数据选取

假设投资者的初始财富 $W^0 = 2$,初始负债 $L^0 = 0.5$,投资者在两个心理账户中分配其初始财富,心理账户1为退休养老账户,初始财富为 $W_1^0 = 1$,心理账户2为休闲娱乐账户,初始财富为 $W_2^0 = 1$ 。投资者从上海证券交易所选择10支股票作为投资对象,进行为期1年的投资,股票代码和名称如表1所示。假设风险资产的收益率 r_i 和负债增长率 r_0 为梯形模糊数,收集这10支股票2020年一整年(2020年1月1日~2021年1月1日)的周收益率作为样本数据,利用文献[30]给出的样本百分位数方法估计股票收益率的模糊分布,结果如表2所示。假设负债增长率为 $r_0 = (1.039, 1.052, 1.006, 2.0023, 6)$ 。

表1 股票代码和名称
Table 1 Exchange codes and name of stocks

序号	代码	名称	序号	代码	名称
1	600695	绿庭投资	6	600519	贵州茅台
2	600508	上海能源	7	600859	王府井
3	600811	东方集团	8	603899	晨光文具
4	600088	中视传媒	9	603396	金辰股份
5	600380	健康元	10	601628	中国人寿

4.2 参数设置

假设股票的交易费用率为 $c_i = 0.003$,投资比例上界 $u_{k,i} = 0.3$ 。假定投资者对期望净财富和风险两个目标的偏好程度相同,即 $w_1 = w_2 = 0.5$ 。有关心理账户的参数设置如表3所示。

算法的参数设置如下:种群规模 $N=200$,惯性权重 $\omega=0.2$,初始温度 $T_0 = 1$,最大速度 $v_{\max} = 0.2$,加速系数 $c_1 = c_2 = 2$,可接受概率 $p_{\text{ac}} = 0.2$,退温系数

$\varepsilon = 0.99$, 最大代数 $t_{\max} = 800$ 。

表 2 股票的模糊收益率
Table 2 Fuzzy returns on stocks

股票序号	a_i	b_i	α_i	β_i
1	0.985 7	0.994 2	0.153 2	0.120 1
2	1.000 0	1.006 2	0.052 3	0.077 6
3	0.992 0	1.011 6	0.069 2	0.067 1
4	0.989 9	1.002 8	0.147 3	0.327 2
5	0.995 2	1.013 2	0.075 5	0.217 8
6	1.010 4	1.016 6	0.079 4	0.076 6
7	0.990 4	1.009 1	0.085 9	0.470 4
8	1.002 4	1.017 4	0.065 0	0.098 3
9	0.990 8	1.030 8	0.124 4	0.180 6
10	0.987 3	1.006 8	0.091 5	0.163 6

表 3 心理账户的参数设置
Table 3 Parameter Settings of mental accounts

名称	心理账户1	心理账户2
最低财富水平 A_k	0.7	1.1
达到财富水平的阈值 θ_k	0.8	0.2
最高风险水平 v_k	0.04	0.1
最高偿债水平 ψ_k	0.3	0.1

4.3 策略表现

利用第3节设计的PSO-SA算法求解模型 P_2 , 所得财富管理策略如表4所示。从表4可以看出, 心理账户1投资于股票2、5、6和7, 其期望财富和风险分别为0.716 7和0.032 1。心理账户2投资于股票2、6、7和8, 其期望财富和风险分别为0.958 1和0.050 5。对比可知, 两个心理账户的投资集合不完全一致, 并且期望财富和风险也有区别。这说明, 根据不同的心理账户, 投资者会采取不同的投资策略。

取不同的期望净财富目标权重, 求解模型 P_4 , 得到所建立的资产-负债组合优化模型的有效前沿, 如图2所示。从图2可以看出, 期末净财富随着风险的增加而增加, 这符合“高风险, 高收益”的一般规律。进一步地, 随着期望净财富权重的增加, 有效解在有效前沿上从左下方向右上方移动, 即期望净财富权重越大, 投资实现的期望净财富和风险越大。这说明了不同权重偏好的投资者会影响最终实现的期望净财富与风险。当投资者看重期望净财富时, 赋予其较高的权重, 能够获得更大的期望净财富; 当投资者更看重风险时, 赋予期望净财富目标较低的权重, 所承担的终端风险较低。因此, 投资者可以根据自身的需求, 设置不同的权重, 从而达到更符合自身目标偏好的结果。

表 4 最优财富管理策略

Table 4 The optimal wealth management strategies

股票 i	心理账户1	心理账户2
1	0.000 0	0.000 0
2	0.003 8	0.030 1
3	0.000 0	0.000 0
4	0.000 0	0.000 0
5	0.036 8	0.000 0
6	0.235 6	0.300 0
7	0.123 8	0.300 0
8	0.300 0	0.300 0
9	0.000 0	0.000 0
10	0.000 0	0.000 0
0(负债)	0.300 0	0.069 9
W_k	0.716 7	0.958 1
$SA[\tilde{R}_k]$	0.032 1	0.050 5
$E[\tilde{S}]$		1.533 4
$SA[\tilde{S}]$		0.092 2

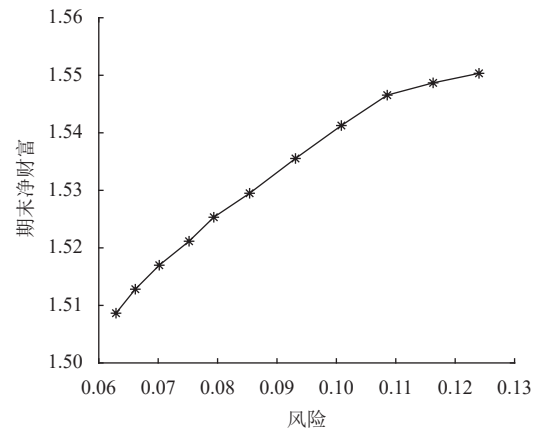


图 2 模型 P_1 的有效前沿

Fig.2 The effective frontier of the model P_1

4.4 不同心理账户的对比分析

首先分析心理账户的最低财富水平及其阈值对其财富管理组合的影响。心理账户的最低财富水平反映了投资者对该心理账户的期望水平, 本算例中的两个心理账户分别对应投资者的低期望水平和高期望水平。从表4可以看出, 心理账户1的期望财富不同于心理账户2的期望财富, 这说明提出的模型能够满足投资者不同程度的期望水平。进一步地, 讨论不同财富阈值 θ_k 对最优决策的影响, 分别取心理账户1和心理账户2的阈值 θ_k 为 $(\theta_1, \theta_2) = (0.7, 0.1), (0.8, 0.2), (0.9, 0.3)$, 保持其他参数不变, 求解模型 P_4 , 所得每个心理账户的期末财富如图3所示。从图3可以看出, 当给定的阈值增加, 意味着达到该心理账户最低财富水平的可能性增大, 相应的心理账户期望财富也

随着增加。对于心理账户2来说,虽然期望财富未达到心理账户2的最低财富水平,但当给定的阈值越高,趋于最低财富水平的程度越大,反映了该心理账户追求高收益的目标。

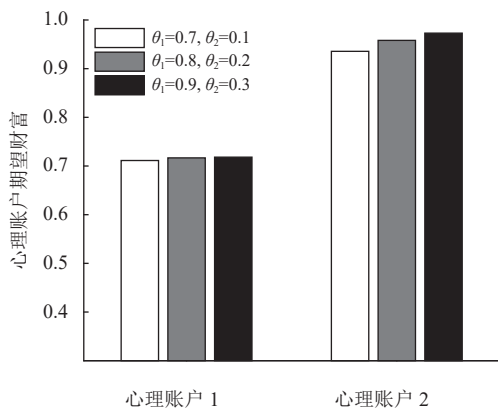


图3 不同阈值 θ_k 下的每个心理账户的期望财富

Fig.3 Expected wealth of each mental account under different thresholds θ_k

下面讨论心理账户的风险控制水平对其财富管理组合的影响。由于心理账户1的风险承受能力较低,心理账户2的风险承受能力较高,因此设置两个心理账户的最高风险水平分别为 $v_1 = 0.04$, $v_2 = 0.1$ 。从表4可以看出,心理账户2投资在风险资产更为集中,以追求更高的期末财富。当给定的最高风险水平较高时,投资者的策略选择空间更大,能够获得更高的期望财富。

下面分析心理账户的最高偿债水平对其财富管理组合的影响。为了便于比较两个心理账户之间的差异,设两个心理账户的最高偿债水平相等,即 $\psi_1 = \psi_2 = 0.25$,保持其他参数不变,求解模型 P_4 ,结果如表5所示。从表5可以看出,即使最高偿债水平相同,两个心理账户的偿债比例也具有差异。这是因为,两个心理账户追求的目标不同。心理账户1是安全账户,用来维持投资者的生存水平,它的风险承受能力不高,在投资过程中避免损失,因此,心理账户1的资金更倾向于先偿债,降低负债增长的风险;心理账户2是风险账户,最高偿债追求高收益,投资者希望通过投资风险资产带来丰厚的预期回报,因此,对于该心理账户的资金,用于偿债的比例比较小。

综上所述,心理账户1是低期望水平心理账户,风险承受能力比较小,投资者将这个账户用于退休养老,以保障基本生活为主,因此,投资者不会冒险去求得更多的财富。心理账户2是高期望水平心理账户,投资者对于这部分账户用于“求富”的需求较大,对资产本身的重视程度较低,所能承受的风险能力

相对会高一些。心理账户1追求低风险愿意获得较低的财富水平,心理账户2追求较高的财富水平愿意承担高风险。因此,提出的模型能够实现不同心理账户对期望财富和风险的差异需求,投资者可以针对不同的投资目标,通过设定合适的最低财富水平及其阈值、最高风险水平和最高偿债水平,从而得到符合心理预期的结果,构建符合自身投资需求的财富管理策略。

表5 不同最高偿债水平 ψ_k 下的心理账户偿债比例
Table 5 The debt-paying proportion ψ_k of mental accounts under different maximum debt-paying levels

最高偿债水平	心理账户1	心理账户2
$\psi_1 = 0.3, \psi_2 = 0.1$	$x_{1,0} = 0.300 0$	$x_{2,0} = 0.069 9$
$\psi_1 = \psi_2 = 0.25$	$x_{1,0} = 0.250 0$	$x_{2,0} = 0.084 3$

4.5 投资比例上界对投资决策的影响

为了分析不同投资比例上界对投资决策的影响,分别取 $u_{k,i} = 0.15, 0.2, 0.3$,求解模型 P_4 ,所得有效前沿如图4所示。从图4可以看出,随着投资比例上界的减少,模型的有效前沿向右下方移动。这是因为,当投资比例上界 $u_{k,i}$ 越低时,对投资比例的限制越强,满足其要求的投资策略就越少。当投资比例上界越高时,在风险较大的情况下,投资者倾向于集中投资较少的资产追求更高的期望净财富。投资者可以通过设置合适的投资比例上界,构建更为合理的资产-负债管理策略。

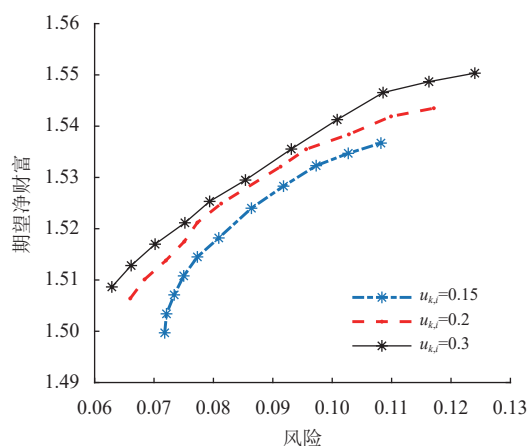


图4 不同投资比例上界 $u_{k,i}$ 下的有效前沿

Fig.4 Effective frontier under the different upper bound $u_{k,i}$ of the investment proportions

5 结论

本文在模糊环境下研究了考虑投资者心理账户的资产-负债组合优化问题。首先,考虑到现实投资

决策中投资者往往会受到心理账户的影响, 构建了反映投资者心理账户特点的约束条件, 并针对负债管理的需求, 构建了反映投资者偿债行为的约束条件, 从而建立了考虑心理账户的模糊均值-下半绝对偏差资产-负债组合优化模型。随后, 设计了一个基于粒子群和模拟退火的混合智能算法求解模型。最后, 利用真实股票数据对模型进行了实例分析。结果表明, 所提出模型能在一定程度上给出更加符合投资者心理预期的投资方案, 能够为具有多个心理账户的投资者提供投资组合决策支持, 同时给出了模糊投资组合问题上的一个新的研究思路 and 方向。本文仅研究了单期投资的情况, 在长期投资的情况下考虑心理账户的资产-负债组合优化问题有待进一步探讨。

参考文献:

- [1] MARKOWITZ H M. Portfolio selection [J]. *Journal of Finance*, 1952, 7(1): 77-91.
- [2] KONNO H, YAMAZAKI H. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market [J]. *Management Science*, 1991, 37(5): 519-531.
- [3] ZADEH L A. Fuzzy sets [J]. *Information & Control*, 1965, 8(3): 338-353.
- [4] GUO S, YU L, LI X, *et al.* Fuzzy multi-period portfolio selection with different investment horizons [J]. *European Journal of Operational Research*, 2016, 254(3): 1026-1035.
- [5] LIU, Y J, ZHANG, W G, GUPTA P. International asset allocation optimization with fuzzy return [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2018, 139: 189-199.
- [6] LIU Y J, ZHANG W G, GUPTA P. Multiperiod portfolio performance evaluation model based on possibility theory [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2020, 28: 3391-3405.
- [7] ZHOU J D, LI X. Multi-period mean-semi-entropy portfolio management with transaction costs and bankruptcy control [J]. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 2021, 12: 705-715.
- [8] 陈思豆, 黄卓铨, 杨兴雨. 考虑限制性卖空的多期模糊投资组合优化模型[J]. *广东工业大学学报*, 2021, 38(2): 39-47.
CHEN S D, HUANG Z Q, YANG X Y. A multi-period fuzzy portfolio optimization model considering restricted short selling [J]. *Journal of Guangdong University of Technology*, 2021, 38(2): 39-47.
- [9] 张鹏, 李影, 曾永泉. 现实约束下多阶段模糊投资组合的时间一致性策略研究[J]. *中国管理科学*, 2022, 30(4): 42-51.
ZHANG P, LI Y, ZENG Y Q. Time-consistent strategy for the multiperiod fuzzy portfolio selection with real constraints [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2022, 30(4): 42-51.
- [10] PAHADE J K, JHA M. A hybrid fuzzy-SCOOT algorithm to optimize possibilistic mean semi-absolute deviation model for optimal portfolio selection [J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2022, 24: 1958-1973.
- [11] DENG X, CHEN J, WANG X, *et al.* Non-dominated sorting genetic algorithm-II for possibilistic mean-semiabsolute deviation-Yager entropy portfolio model with complex real world constraints [J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2022, 202: 59-78.
- [12] YANG X Y, CHEN S D, LIU W L, *et al.* A multi-period fuzzy portfolio optimization model with short selling constraints [J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2022, 24: 2798-2812.
- [13] TVERSKY A, KAHNEMAN D. The framing of decisions and the psychology of choice [J]. *Science*, 1981, 211(4481): 453-458.
- [14] THALER R H. Mental accounting matters [J]. *Journal of Behavioral Decision Making*, 1999, 12(3): 183-206.
- [15] SHEFRIN H, STATMAN M. Behavioral portfolio theory [J]. *Social Science Electronic Publishing*, 2000, 35(2): 127-151.
- [16] DAS S, MARKOWITZ H, SCHEID J, *et al.* Portfolio optimization with mental accounts [J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2010, 45(2): 311-334.
- [17] 赵新成. 基于心理账户和多目标决策的最优投资策略[J]. *运筹与管理*, 2020, 29(11): 196-203.
ZHAO X C. Optimal portfolio strategy based on mental accounting and multi-objective decision rule [J]. *Operations Research and Management Science*, 2020, 29(11): 196-203.
- [18] ZHANG Q, YAO H. A fuzzy behavioral portfolio decision model with trapezoidal fuzzy return and aspiration [J]. *Journal of Physics:Conference Series*, 2021, 1978: 012053.
- [19] DENG X, HUANG C. Mean-entropy uncertain portfolio with risk curve and total mental accounts under multiple background risks [J]. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 2021, 41: 539-561.
- [20] 张鹏, 叶书宁. 具有心理账户的随机模糊均值-半绝对偏差投资组合优化研究[J]. *模糊系统与数学*, 2022, 36(3): 154-163.
ZHANG P, YE S N. Random fuzzy mean semi-absolute deviation portfolio selection problem with mental accounts [J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2022, 36(3): 154-163.
- [21] LI Z, JIANG H, CHEN Z, *et al.* A mental account-based portfolio selection model with an application for data with smaller dimensions [J]. *Computers & Operations Research*, 2022, 144: 105801.
- [22] LI B, HUANG Y. Uncertain random portfolio selection with different mental accounts based on mixed data [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2023, 168: 113198.

- [23] SHARPE W F, TINT L G. Liabilities-a new approach [J]. *Journal of Portfolio Management*, 1990, 16(2): 5-10.
- [24] LI C, LI Z. Multi-period portfolio optimization for asset-liability management with bankrupt control [J]. *Applied Mathematics & Computation*, 2012, 218(22): 11196-11208.
- [25] YAO H X, ZENG Y, CHEN S M. Multi-period mean-variance asset-liability management with uncontrolled cash flow and uncertain time-horizon [J]. *Economic Modelling*, 2013, 30: 492-500.
- [26] WU X P, LI X, LI Z F. A mean-field formulation for multi-period asset-liability mean-variance portfolio selection with probability constraints [J]. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 2018, 14(1): 249-265.
- [27] 杨兴雨, 刘伟龙, 赵雪瑾, 等. 考虑破产控制的多期模糊资产-负债组合优化模型[J]. *运筹与管理*, 2021, 30(11): 147-154.
- YANG X Y, LIU W L, ZHAO X J, *et al.* Multi-period fuzzy asset-liability portfolio optimization model with bankruptcy control [J]. *Operations Research and Management Science*, 2021, 30(11): 147-154.
- [28] WU X. P, WU W. P, LIN Y. The impact of general correlation under multi-period mean-variance asset-liability portfolio management [J]. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2023, 36: 2515-2535.
- [29] CARLSSON C, FULLER R. On possibilistic mean value and variance of fuzzy numbers [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 122(2): 315-326.
- [30] VERCHERA E, BERMÚDEZA J D, SEGURAB J V. Fuzzy portfolio optimization under downside risk measures [J]. *Fuzzy Sets & Systems*, 2007, 158(7): 769-782.
- [31] DUBOIS D, PRADE H. Operations on fuzzy numbers [J]. *International Journal of Systems Science*, 1978, 9(6): 613-626.
- [32] LIN C C. A weighted max-min model for fuzzy goal programming [J]. *Fuzzy Sets & Systems*, 2004, 142(3): 407-420.

(责任编辑: 张玮欣 英文审核: 熊荣斌)