第11卷第1期 广东工学院学报 Vol. 11 No. 1
1994年3月 Journal of Guangdong Institute of Technology March 1994

制冷机的制冷率和转速间的优化关系

解文方[1)]
(基础部)

摘要 以内可逆卡诺制冷机模型为基础，采用卡诺制冷机的"生态学"优化准则，导出以理想气体或范德瓦尔斯气体为工质的内可逆卡诺制冷机制冷率和转速间的优化关系。

关键词 制冷机；制冷率；转速；优化关系；有限时间热力学

自有限时间热力学创立以来，已有大量文献研究了制冷机的优化问题，取得了许多重要的结论[1~6]。我们知道，制冷机的制冷率 r 是随着机器转速 $n = \frac{1}{\tau}$（τ 为循环周期）的增高而线性增加。但是由于转速的提高，其它一些损失和过程的不可逆性增加。另外转速太高，会使机器的振动增大，密封摩损增加，从而使寿命下降，故转速不宜太高[7]。但转速也不宜太低，否则制冷率 r 下降，所以在制冷机中必须同时兼顾制冷率和转速。本文以[1]中提出的内可逆卡诺制冷机的"生态学"准则出发，在牛顿线性传热定律下，导出内可逆卡诺制冷机的制冷率与转速间的优化关系。

1 理论模型

1.1 设一卡诺制冷机工作在温度分别为 T_H 和 T_L（$T_H > T_L$）的两热源之间。由于热阻存在，循环的两个等温过程的温度为 T_1 和 T_2，且 $T_1 > T_H > T_L > T_2$。高低温热源的热传导系数分别为 α 和 β。工质与热源间传热满足牛顿线性传热定律，即

$$Q_1 = \alpha(T_1 - T_H)t_1 = \alpha X t_1 \tag{1}$$

$$Q_2 = \beta(T_L - T_2)t_2 = \beta Y t_2 \tag{2}$$

其中 Q_1 表示 t_1 时间内工质向高温热源放出的热量，Q_2 表示 t_2 时间内工质从低温热源取出的热量。X 和 Y 的定义为

$$X = T_1 - T_H \tag{3}$$

$$Y = T_L - T_2 \tag{4}$$

1.2 工质为 m 摩尔理想气体，满足状态方程

$$PV = mRT \tag{5}$$

其中 R 为普适气体常数。由(5)式和热力学第一定律得

$$Q_2 = mRT_2 \ln\lambda \tag{6}$$

收稿日期：1993-02-18

1) 广东工学院基础部，广州，510090

其中 $\lambda \equiv \dfrac{V_3}{V_4}$ 为等温压缩比。对于内可逆卡诺制冷机

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{T_1}{T_2} \tag{7}$$

由(1)、(2)和(7)得 $\dfrac{t_1}{t_2}=\dfrac{T_1}{T_2}\cdot\dfrac{\beta Y}{\alpha X}$ (8)

1.3 两绝热过程的时间也不可忽略，为简便起见，设循环周期 τ 与两等温过程时间之和 t_1+t_2 的比为常数

$$\tau=K(t_1+t_2) \tag{9}$$

根据以上模型，内可逆卡诺制冷机的制冷率

$$r=\frac{Q_2}{K(t_1+t_2)}=\frac{\alpha\beta XY(T_L-Y)}{K[\alpha T_L X+\beta T_H Y+(\beta-\alpha)XY]} \tag{10}$$

转速

$$n=\frac{1}{\tau}=\frac{\alpha\beta XY}{KmR\ln\lambda[\alpha T_L X+\beta T_H Y+(\beta-\alpha)XY]} \tag{11}$$

2 优化关系

文献[1]从协调制冷率和熵产 σ 间的关系，建立一个准则函数 E

$$E=r-\varepsilon_c T_H\sigma \tag{12}$$

其中 ε_c 为可逆制冷系数。由于

$$r=\frac{Q_c}{\tau}-\varepsilon_c T_H\sigma^{[1]} \tag{13}$$

其中 Q_C 为可逆循环的制冷量，由(12)和(13)我们得到

$$E=2r-nQ_c \tag{14}$$

从(14)式可以看出，当 E 取最大值时，制冷率和转速可以同时兼顾。将(10)和(11)代入(14)式得

$$E=-\frac{\alpha\beta XY[T_L X+(2T_H-T_L)Y-T_L(T_H-T_L)]}{K(T_H-T_L)[\alpha T_L X+\beta T_H Y+(\beta-\alpha)XY]} \tag{15}$$

从(15)式中可以看出，当 X、Y 的取值满足 $\begin{cases}X=0\\Y=0\end{cases}$

和 $X=T_H-T_L-\dfrac{2T_H-T_L}{T_L}Y$ 时 $E=0$。由(3)和(4)及制冷系数的定义可以得出：$X=0,Y=0$ 相当于制冷系数 $\varepsilon=\dfrac{T_L}{(T_H-T_L)})=\varepsilon_C$（$\varepsilon_C$ 为可逆卡诺制冷机的制冷系数）。而 $X=T_H-T_L-\dfrac{2T_H-T_L}{T_L}Y$ 相当于 $T_1=\dfrac{2T_H-T_L}{T_L}T_2$，此时制冷系数 $\varepsilon=\dfrac{T_2}{(T_1-T_2)}=\dfrac{T_L}{(2T_H-2T_L)}=\dfrac{\varepsilon_C}{2}$。又由[1]可知 E 是 ε 的单调函数，所以 E 存在极值。可以证明 E 存在极大值。

由 $\dfrac{K(T_H-T_L)}{\alpha\beta}\left(\dfrac{\partial E}{\partial X}\right)_Y=0$ 可得

$$T_L X[\alpha T_L X+\beta T_H Y+(\beta-\alpha)XY]$$
$$=-\beta T_H Y[T_L X+(2T_H-T_L)Y-T_L(T_H-T_L)] \tag{16}$$

由 $\dfrac{K(T_H-T_L)}{\alpha\beta}\left(\dfrac{\partial E}{\partial Y}\right)_X=0$ 可得

$$(2T_H-T_L)Y[\alpha T_L X+\beta T_H Y+(\beta-\alpha)XY]$$
$$=-\alpha T_L X[T_L X+(2T_H-T_L)Y-T_L(T_H-T_L)] \tag{17}$$

从(16)和(17)可得

$$\frac{T_L X}{(2T_H-T_L)Y}=\frac{\beta T_H Y}{\alpha T_L X} \tag{18}$$

则
$$X=\sqrt{\frac{\beta T_H(2T_H-T_L)}{\alpha T_L^2}}Y \tag{19}$$

将(19)式代入(16)或(17)中，我们可以求得一组数(X^+,Y^+)，当取这一组数时，E 达到一个最大值，也就是说同时兼顾了制冷率和转速的一个优化关系。例如若设 $\alpha=\beta$，从(16)和(19)得

$$\begin{cases} X^+=\dfrac{1}{2}\dfrac{\sqrt{T_H(2T_H-T_L)}(T_H-T_L)}{2T_H-T_L+T_L A} \\ Y^+=\dfrac{1}{2}\dfrac{T_L(T_H-T_L)}{2T_H-T_L+T_L A} \end{cases} \tag{20}$$

其中 $A=\dfrac{\sqrt{T_H(2T_H-T_L)}}{T_L}$ 将(X^+,Y^+)分别代入(10)，(11)便可以得到同时兼顾二者情况下制冷率和转速。另外若我们确定了制冷率和转速，我们也可以求得一组数 (X^+,Y^+)，从而确定高、低温热源的温度。

与 (X^+,Y^+)对应的制冷系数

$$\varepsilon=\frac{T_L-Y^+}{X^++Y^++(T_H-T_L)}=\frac{3+2\sqrt{2-\eta}-\eta}{4+3\sqrt{2-\eta}-\eta}\varepsilon_C \tag{21}$$

其中 $\eta=\dfrac{T_L}{T_H}$，显然 η 的取值为(0,1)，对应 ε 的取值为($\dfrac{2}{3}\varepsilon_C,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\varepsilon_C$)。即在考虑到协调制冷率和转速间的关系后，$\varepsilon$ 仅可以取 $\dfrac{2}{3}\varepsilon_C\sim\dfrac{\sqrt{2}}{2}\varepsilon_C$。

本文所讨论的一切结果对范德瓦尔斯气体也适用。只要将公式中的压缩比 V_3/V_4 用 $\dfrac{V_3-nb}{V_4-nb}$ 代替即可。

参 考 文 献

1　陈林根等. 传热规律对卡诺制冷机生态学优化准则的影响. 低温与超导，1992，20(1)：5 ～ 9

2　严子浚. 卡诺制冷机的最佳制冷系数与制冷率的关系. 物理，1984，13(12)：768

3　陈丽璇. 熵变和周期固定时二热源制冷循环的最优化. 厦门大学学报，1987，26(1)：58

4　陈林根等. 能量系统有限时间热力学的现状和展望. 力学进展，1992，22(4)：479 ～ 488

5　陈林根等. 三热源制冷机的有限时间㶲经济最优性能. 低温与超导，1991，19(3)：13 ～ 16

6　严子浚. ε^2R 最大时卡诺制冷机的 ε 和 R 低温与超导，1985，13(2)：9

7　边绍雄. 低温制冷机. 北京：机械工业出版社，1991. 144

Optimal Relation Between the Rate of Refrigerator and the Speed of Revolution of an Refrigertor

Xie Wenfang

(Department of Basic Courses)

Abstract The author use the ecological optimization criterion of a Carnot refrigerator based on the model of an endoreversible Carnot refrigerator. He derive the optimal relation between the rate of refrigerator and the speed of revolution of an endoreversible Carnot refrigerator taking ideal gases and Van der Waals gases as working matter.

Key words refrigerator; rate of refrigerator; speed of revolution; optimal relation; finite time thermodynamics

科研简讯

德国E·保罗博士来我院进行学术交流

德国奔驰汽车公司负责环保工程的高级官员、同时兼任巴登—符腾堡州及新组建的几个联邦州的环保技术顾问的Egbert Paul技术博士，应我院环境资源工程系和外事办的邀请，在赴南昌大学讲学的归国途中，于1993年12月来我院作了题为"德国现代汽车工业废水、废气治理以及固体废物资源化的现关和新技术"的学术报告，与会者有我院教师及环境工程专业高年级学生四十余人。12月16日下午E·保罗博士与环资系刘如意教授、朱又春教授和环境工程教研室教师在非常友好、热烈和融洽的气氛中就环境保护和三废治理等问题进行了座谈和广泛的学术交流，并且相互探询了今后进一步扩大与加强科学技术交流的意向。会后，E·保罗博士向环资系赠送了有关录相资料。　　(环资讯)

论文摘录

不可逆热机的最大输出功率

解文方

(基础部)

按照经典热力学，工作在T_H和T_L二热源间的一切热机所能达到的效率界限为卡诺效率

$$\eta_c = 1 - T_L/T_H \tag{1}$$

实际热机要达到这个理论上的效率极限，循环必须是可逆的，要求循环等温过程无限缓慢地进行，循环的输出功率为零。任何一台实用热机，都要求一定的输出功率，因而总是在有限时间内完成循环。此外，实际上还存在热漏、摩擦等不可逆因素使循环效率降低。为了使热力学理论能更好指导实际，人们致力于寻求比可逆热力学界限更切合实际的性能界限。本文考虑热阻及摩擦阻力不可逆因素，采用有限时间热力学理论，求出当效小率取

$$\eta_m = 1 - (\lambda T_L/T_H)^{1/2} \tag{2}$$

时，输出功率达最大值

$$P_{max} = \frac{a}{r(1+\delta)^2} T_H \eta_m^2 \tag{3}$$

(2)式远比(1)式合乎实际热机情况，是实用热机的一个新的性能界限。

(摘自《中国工程热物理学会工程热力学与能源利用学术会议论文集》)