

# 共面波导激励电磁体积力的数值研究

刘宗凯, 周本谋, 刘会星, 纪延亮, 刘志刚

(南京理工大学 瞬态物理重点实验室, 江苏 南京 210094)

**摘要:** 低频微波在共面波导传输线上是以准 TEM( Transverse ElectroMagnetic) 模的形式传播, 其横向分布的电场和磁场相互作用能够激励出沿导带方向的电磁体积力. 通过有限元-棱边元法数值分析了不同频率的激励源对共面波导周围场强分布的影响, 并研究了处于特定环境下的共面波导周围的电场、磁场以及电磁体积力的分布情况. 结果表明, 在相同介质中频率较低的微波具有更大插入损耗, 并且能保持良好准 TEM 模的特征, 且导带周围分布的横向电场和磁场相互耦合可以激励出沿导带方向的电磁体积力.

**关键词:** 微波; 共面波导; 电场; 磁场; 电磁体积力

**中图分类号:** O361

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1007-7162(2011)04-0022-04

电磁体积力在流动控制<sup>[1-2]</sup>、新型推进等领域获得越来越广泛的应用<sup>[3]</sup>. 为了适应不同工作领域和工作环境, 电磁体积力的激励和作用方式也不断改进, 并趋于多元化.

微波作为一种新型的技术手段广泛地应用于空间飞行器姿态和轨道调整等领域. 中国<sup>[4]</sup>和美国<sup>[5]</sup>基于微波的热效应相继开发出了微波电热推进器. 作为微波传输线的一种, 共面波导这种新型集成介质传输系统受到了人们的广泛关注. 共面波导具有体积小、重量轻、易于加工和表面适应能力强的特点. 低频微波在共面波导上是以准 TEM 模(横电磁波)的形式传输, 因此它能够在周围介质层中产生具有特定分布的横向电场和磁场, 电磁场之间的相互作用为在共面波导表面激励出电磁体积力提供了可能<sup>[6]</sup>.

本文通过有限元-棱边元法数值模拟了共面波导周围的电场、磁场以及电磁体积力的分布情况.

## 1 电磁场基本控制方程

电磁场的矢量波动方程

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\varepsilon_r} \nabla \times \mathbf{H} \right) - k_0^2 \mu_r \mathbf{H} = 0, \quad (2)$$

其中,  $\varepsilon_r$  为相对介电常数,  $\mu_r$  为相对磁导率,  $k_0$  为真空波数,  $\mathbf{E}$  为电场强度,  $\mathbf{H}$  为磁场密度.

定义单位时间穿过与能量流动方向相垂直的单位截面的能量为能流矢量  $\mathbf{S}$  (也称为瞬时坡印廷矢

量, 或者瞬时能流密度  $\text{W}/\text{m}^2$ ), 其代表某点处的功率密度, 方向为该点能量流动方向, 表示为

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H},$$

结合

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}; \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}; \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E},$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \approx \sigma (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = \sigma (\mathbf{E} \times \mu \mathbf{H}) = \sigma \mu \mathbf{S},$$

其中  $\varepsilon$ 、 $\mu$  和  $\sigma$  分别表示介电常数、磁导率和电导率,  $\mathbf{F}$  为电磁力,  $\mathbf{J}$  为电流密度,  $\mathbf{D}$  为电位移,  $\mathbf{B}$  为磁通密度<sup>[7]</sup>. 由于在正弦电磁场中相位瞬时变化很快, 所以功率密度通过一个周期内坡印廷矢量  $\mathbf{S}$  的平均值  $\mathbf{S}_{\text{av}}$  来研究:

$$\mathbf{S}_{\text{av}} = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{S} dt = \text{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*],$$

$$\mathbf{F}_{\text{av}} = \sigma \mu \mathbf{S}_{\text{av}},$$

其中,  $T$  表示一个时间周期,  $\mathbf{F}_{\text{av}}$  表示一个周期内的平均电磁体积力大小.

## 2 数学建模

图 1 为四面体棱元.

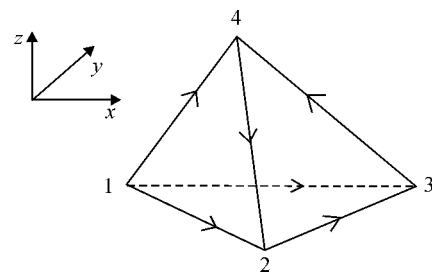


图 1 四面体棱元

收稿日期: 2011-05-03

基金项目: 重点实验室基金项目(KX21373)

作者简介: 刘宗凯(1983-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电磁流体推进与控制.

通讯作者: 周本谋(1962-), 男, 教授, E-mail: bmzhou@mail.njust.edu.cn.

边棱  $i$  ( $i=1,2,\dots,6$ ) 的矢量基函数为

$$N_i^e = W_{i_1 i_2} l_i^e = (L_{i_1}^e \nabla L_{i_2}^e - L_{i_2}^e \nabla L_{i_1}^e) l_i^e,$$

其中  $L_{i_1}^e$  为相应的插值函数,  $l_i^e$  为棱边  $i$  的长度,  $i_1, i_2$  为第  $i$  条棱的起止点.

在每个四面体单元中电场可近似为

$$E^e = \sum_{i=1}^6 N_i^e E_i^e,$$

其中  $N_i^e$  是矢量基函数,  $E_i^e$  为基函数的展开系数, 表示沿第  $i$  条棱边的切向场.

共面波导由不同材料属性的介质层组成, 则合适的变分模型  $F(\mathbf{E})$  公式为

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^K \left\{ \iiint_{V_m} \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \right] dV_m \right\}, \quad (3)$$

其中  $V_m$  为不同介质层的体积, 为了离散  $F(\mathbf{E})$ , 将各个介质层 (不同介质层的层数定为  $K$ ) 的体积  $V_m$  分为小四面体单元, 每小块占有体积为  $V_m^e$  ( $e=1,2,3,\dots,M; m=1,2,3,\dots,K$ ), 其中  $M$  为各个介质层中划分计算单元体总数. 每个单元中的电场近似为

$$E_m^e = \sum_{i=1}^6 N_{i,m}^e E_{i,m}^e = \{E_m^e\}^T \{N_m^e\} = \{N_m^e\}^T \{E_m^e\},$$

其中  $N_{i,m}^e$  为矢量基函数,  $E_{i,m}^e$  表示基函数的展开系数. 把上式代入 (3) 中得

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^K \left\{ \sum_{e=1}^M \left( \{E_m^e\}^T [A_m^e] \{E_m^e\} - k_0^2 \{E_m^e\}^T [B_m^e] \{E_m^e\} \right) \right\}, \quad (4)$$

$$[A_m^e] = \iiint_{V_m^e} \frac{1}{\mu_r} \{ \nabla \times N_m^e \} \{ \nabla \times N_m^e \}^T dV_m^e,$$

$$[B_m^e] = \iiint_{V_m^e} \varepsilon_r \{ N_m^e \} \{ N_m^e \}^T dV_m^e,$$

其中  $\mu_r^e$  和  $\varepsilon_r^e$  分别表示在划分的单元体中相对电导率和相对介电常数. 进行求和并使用全局标记 (集成离散矩阵) 后式 (4) 可以写为

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \left\{ \{ \mathbf{E} \}^T [A] \{ \mathbf{E} \} - k_0^2 \{ \mathbf{E} \}^T [B] \{ \mathbf{E} \} \right\}.$$

应用 Rayleigh-Ritz 法, 即取  $F(\mathbf{E})$  对未知棱边场的偏导数, 并令其等于零, 可得到本征方程组, 再求解矩阵方程组, 则可以解出本征值  $k_0^2$  和对应的本征向量, 再由电场求得磁场和其它参数<sup>[8-9]</sup>.

### 3 参数的设定

#### 3.1 模型的设计

共面波导是由附着在介质层上的中心导带和其两侧的接地板组成 (如图 2 所示). 图 2 中  $L$  为共面

波导长度、 $W$  为中心导带宽度、 $D_1$  为槽道宽度、 $D_2$  为接地板宽度、 $H$  为介质基片厚度、 $T$  为导带厚度.

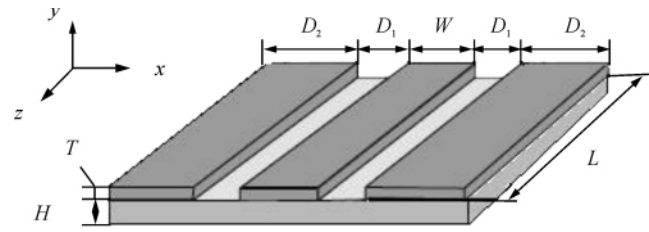


图 2 共面波导示意图

使用 Au 作为导带, 基板采用 GaAs. 特性阻抗为 50 V/I、导带厚  $T=0.035$  mm、介质基板厚  $H=7$  mm、共面波导长度  $L=100$  mm (对应于舵面体平板弦长  $c$ )、相应的中心导体带宽  $W=1.5$  mm、间隔宽  $D_1=1$  mm、接地板宽  $D_2=13.282$  mm.

#### 3.2 边界条件设定

微波在共面波导表面传输时受到外界介质的影响较为显著. 在实际应用中可以通过向周围介质层施加某种物质来改善其介电常数、电导率和磁导率等参数, 例如在海水中施加微小空气泡来降低其介电常数和电导率. 数值模拟时设定外界流体的电导率为  $\sigma=0.2$  S/m、磁导率  $\mu=1$  H/m、介电常数  $\varepsilon=10$  F/m.

微波的频率对其在特定介质中的传输也具有一定的影响. 图 3 为插入损耗  $S_{21}$  随频率 Freq 的变化情况.

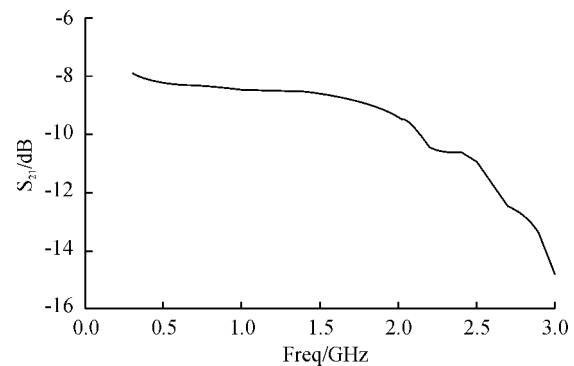


图 3 插入损耗  $S_{21}$  随频率 Freq 的变化情况

如图 3 所示, 随着 Freq 的提高  $S_{21}$  不断衰减, 当  $\text{Freq}=0.3$  GHz 时  $S_{21}$  约为  $-8.0$  dB; 当  $\text{Freq}=2.0$  GHz 时  $S_{21}$  约为  $-9.5$  dB. 当  $\text{Freq}>2.0$  GHz 时, 随着 Freq 的升高  $S_{21}$  衰减更为迅速, 当  $\text{Freq}=3.0$  GHz 时  $S_{21}$  衰减到约为  $-15$  dB. 因此应当选用频率较低的发射源, 从而可以有效地避免微波在介质中过多的损耗. 另外高频微波会产生色散和高次模不再符合准 TEM 模的分布形式, 因此数值模拟时采用低频微

波(Freq = 1.2GHz)来研究.

### 4 仿真结果

#### 4.1 截面处电磁场分布

图4为共面波导截面处场强分布情况,电场分布在导带两侧槽带处分布较为密集,并逐渐向外渗透.磁力线在中心导带中间分布得较为密集,环绕着槽带.电场与磁场相互耦合可以形成沿导带方向的电磁体积力.

导上的传播时不同相位  $\varphi$  所对应的电场与磁场的分布.电场和磁场的分布基本一致,场强的最大值随着相位的更替呈现周期性的变化.发射端的幅值较大,远端的幅值稍小.

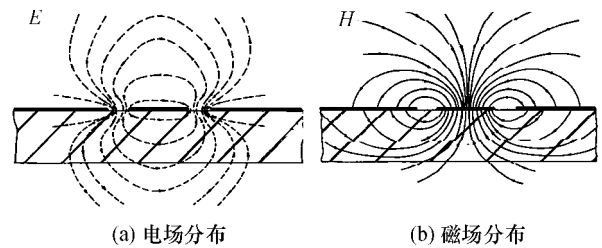


图4 共面波导截面处场强分布情况

#### 4.2 导带周围电磁场分布

图5和图6是频率为1.2GHz的微波在共面波

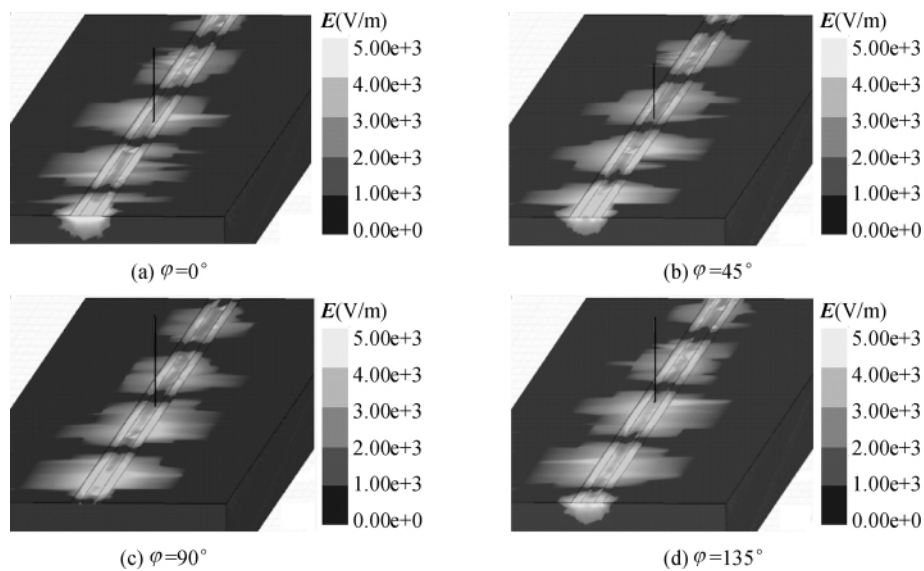


图5 不同相位的电场在共面波导表面的分布

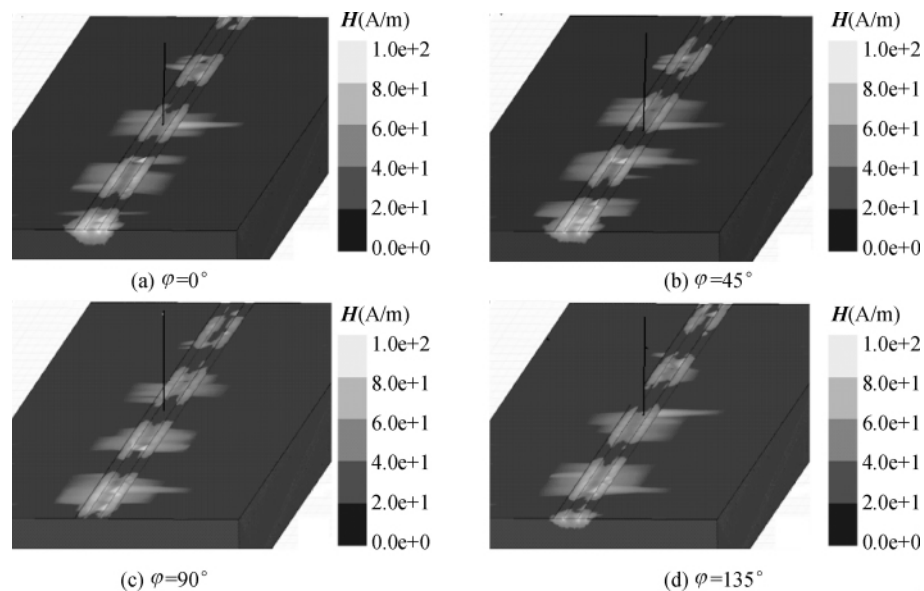


图6 不同相位的磁场在共面波导表面的分布

图7和图8分别为共面波导截面处平均坡印廷矢量  $S_{av}$  与平均电磁体积力  $F_{av}$  的分布图.  $S_{av}$  和  $F_{av}$  的

最大值主要集中分布在中心导带两端,并以此为中心向外渗透衰减,且它们的方向都垂直与电场和磁

场所决定的平面(在这里为共面波导的横截面)。

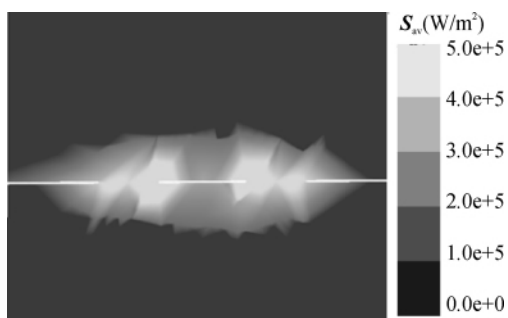


图7 共面波导截面处平均坡印廷矢量分布图

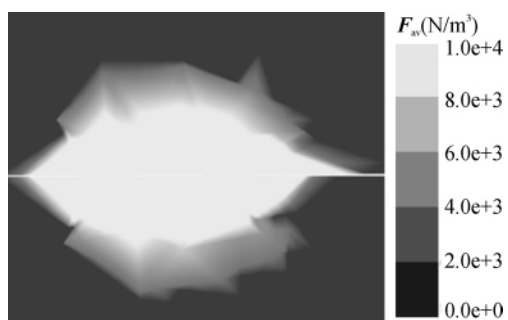


图8 共面波导截面处平均电磁体积力分布图

## 5 结论

从电磁体积力激励方式的角度研究了通过共面波导激励的电磁体积力. 通过有限元方法-棱边元法数值模拟了共面波导周围的场强分布和电磁力的分布. 数值模拟结果表明,在特定频率和环境下的微波在共面波导表面是以准 TEM 模的形式传播的,其横向分布的电场和磁场相互耦合能够在其周围形成沿导带方向的电磁体积力. 同时共面波导具有质量

轻、表面适应能力强等特点,因此这种电磁体积力的激励方式具有很好的应用前景.

## 参考文献:

- [1] Shatrov V, Gerbeth G. Magneto-hydrodynamic drag reduction and its efficiency [J]. *Physics of Fluids*, 2007, 19 (3): 035109, 1-12.
- [2] Dattarajan S, Johari H. Boundary layer separation control by Lorentz force actuators [C] // 36th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit. California: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2006: AIAA 3887, 1-16.
- [3] Weier T, Shatrov V, Gerbeth G. Magneto-hydrodynamics - Historical Evolution and Trends [M]. Berlin: Springer, 2007: 295-312.
- [4] 杨涓, 苏伟仪, 毛根旺, 等. 外加磁场微波等离子体推力器内流场数值模拟 [J]. *物理学报*, 2006, 55 (12): 6494-6499.
- [5] 夏广庆, 毛根旺, 朱国强, 等. 美国微波电热推力器的发展历史与研究现状 [J]. *火箭推进*, 2008, 34 (4): 32-37.
- [6] Simons R N. Coplanar Waveguide Circuits, Components, and Systems [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001: 20-65.
- [7] Weier T, Gerbeth G. Control of separated flows by time periodic Lorentz forces [J]. *European Journal of Mechanics B-Fluids*, 2004, 23: 835-849.
- [8] 金建铭. 电磁场有限元方法 [M]. 王建国译. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1998: 96-187.
- [9] 陈钢. 利用矢量有限元法求微波多端口网络的 S 参数 [D]. 成都: 电子科技大学物理电子学院, 2009.

## Numerical Investigation of the Production of Electromagnetic Body Force by Coplanar Waveguide

Liu Zong-kai, Zhou Ben-mou, Liu Hui-xing, Ji Yan-liang, Liu Zhi-gang

(Key Laboratory of Transient Physics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** Low frequency microwaves propagate through coplanar waveguide in the quasi-static TEM mode, and the cross section electric field and magnetic field interact to produce electromagnetic body force along the coplanar waveguide. It investigated the influence of frequency on the density fields around the coplanar waveguide. The distribution of the electric field, magnetic field and electromagnetic body force in certain conditions was also discussed. The results show that in the same boundary conditions microwaves of lower frequency can lead to larger insertion loss and keep the quality of being better quasi-static TEM mode. The electromagnetic body force along the direction of coplanar waveguide can be produced through the mutual coupling of the electric field and magnetic field.

**Key words:** microwave; coplanar waveguide; electric field; magnetic field; electromagnetic body force