

谢光强, 贺薇, 李杨. 基于重叠社区模型的多智能体一致性协议[J]. 广东工业大学学报, 2026, 43(1): 71-78. doi: 10.12052/gdutxb.240034.
Xie Guangqiang, He Wei, Li Yang. Overlapping community model-based multi-agent consensus protocol[J]. Journal of Guangdong University of Technology, 2026, 43(1): 71-78. doi: 10.12052/gdutxb.240034.

基于重叠社区模型的多智能体一致性协议

谢光强, 贺薇, 李杨

(广东工业大学 计算机学院, 广东 广州 510006)

摘要: 多智能体一致性问题是多智能体协同控制研究中的一个关键问题。传统的一致性研究未考虑到网络拓扑中的重叠结构, 忽略了节点间连接的强弱程度, 导致系统在演化过程中的弱连接更容易断开, 影响系统一致性性能。基于社区网络中重叠节点能够促进不同社区信息互联的思想, 本文提出了一种重叠社区模型(Overlapping Community Model, OCM)。首先, 提出分布式重叠节点发现算法(Distributed Overlapping Node Discovery Algorithm, DOND), 用于识别系统中所有节点邻域范围的重叠节点。其次, 提出了基于重叠度的拓扑权重设计算法(Overlap Degree-based Topology Reweighting Algorithm, ODTR), 以量化节点之间的重叠程度从而动态分配权重。最后, 提出了基于重叠社区模型的一致性协议。通过理论分析验证了该系统的稳定性, 并对本文提出的一致性协议进行仿真实验, 实验结果表明该协议能有效减少系统收敛簇数, 从而增强系统一致性。

关键词: 多智能体一致性; 重叠节点; 重叠度

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 1007-7162(2026)01-0071-08

Overlapping Community Model-based Multi-agent Consensus Protocol

Xie Guangqiang, He Wei, Li Yang

(School of Computer Science and Technology, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

Abstract: Consensus in multi-agent systems is a key problem in the research of multi-agent cooperative control. Traditional studies on consensus do not consider the overlapping structure in the network topology, neglecting the strength of connections between nodes, resulting in weaker connections being more prone to disconnection during system evolution, thereby affecting system consistency performance. Based on the idea that overlapping nodes in community networks can promote information interconnection between different communities, this paper proposed an overlapping community model (OCM). Firstly, this paper proposed a distributed overlapping node discovery algorithm (DOND) algorithm, which can be used to identify overlapping nodes in all nodes' neighborhood in the system. Secondly, this paper proposed an overlap degree-based topology reweighting algorithm (ODTR) algorithm to quantify the overlap degree between nodes and dynamically assign weights. Finally, this paper proposed an overlapping community model-based multi-agent consensus protocol. The stability of the system is verified by theoretical analysis, and the consensus protocol proposed in this paper is simulated. The experimental results show that the protocol can enhance the system consensus by reducing the number of convergence clusters.

Key words: multi-agent consensus; overlapping nodes; degree of overlap

多智能体系统作为分布式人工智能中的重要组成部分, 因其具有鲁棒性好、灵活性高和可扩展性强

等特点而备受关注^[1]。在自动驾驶^[2-4]、舆情控制^[5]、强化学习^[6-7]等领域, 基于多智能体系统分布式算法取

收稿日期: 2024-03-05 录用日期: 2024-04-12 网络首发日期: 2025-06-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(62006047); 广东省重点研发项目(2021B0101220004)

作者简介: 谢光强(1979-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为多智能体、智能控制、差分隐私保护, E-mail: xieqq@gdut.edu.cn

通信作者: 李杨(1980-), 女, 教授, 博士, 主要研究方向为多智能体、差分隐私保护, E-mail: liyang@gdut.edu.cn

得了诸多的理论成果并得到了应用。其中,一致性问题是多智能体协同控制中最基础的研究课题之一^[8],受到了国内外众多研究者的广泛关注。一致性协议作为智能体与邻居间信息交换的基础规则,其设计旨在确保所有智能体能达成共同的状态值。Jadbabaie等^[9]使用矩阵法对模型理论分析发现,如果网络能够一直保持连接,系统就会达成共识。Olfati-Saber等^[10-11]基于矩阵理论、代数图论等提出了针对固定或动态拓扑多智能体系统的一致性算法分析的理论框架,并证明了拉普拉斯矩阵和代数连通性等在一致性算法分析中起着重要的作用。Xie等^[12]提出一种启发式组合算法,通过扇区划分选择具有代表性的邻居来计算控制输入,并根据约束集进行状态更新,从而使系统在维持全局连通性下收敛到一致。

在切换拓扑结构下,由于每个智能体的计算能力与感知半径有限,故其仅能与感知范围内的邻居信息交互以实现状态一致。因此,网络拓扑的构建和优化对提升一致性起着至关重要的作用。Zhang等^[13]研究具有有向生成树的拓扑结构,构造了一个适当的Lyapunov函数,并给出了一致性问题的充分条件。Xiao等^[14]提出通过重新分配连通边的权值来提高拓扑图的代数连通性,进而提升一致性收敛速度。Motsch等^[15]的研究表明,异质性在聚类过程中起着决定性的作用,即对差异性较大的智能体进行更多的通信往往比与相似度较高的智能体通信收敛更快且收敛效果更好。Xie等^[16]充分考虑了网络中的低阶和高阶结构,并设计了一种基于混合阶网络的一致性框架。Epstein等^[17]则通过将单层拓扑结构分解为多层拓扑结构的方式来构建“领导”节点作为层与层通信的桥梁,其收敛速度得到了有效提升。Xie等^[18]提出一种基于分层主干网络拓扑优化的多智能体一致性框架,选取系统中数量相对较小的子集作为主干节点用于构建主干网络拓扑结构,在保持时刻连通的同时实现快速收敛。尽管以上研究在多智能体系统一致性收敛方面取得了显著的进展,但这些研究主要集中在对整体网络拓扑结构的优化,而未能实现根据节点间具体连接强弱情况进行动态控制。

近年来,拓扑结构优化在社交网络中也发挥着重要作用。社交网络与多智能体系统交叉方向的研究为多智能体系统的一致性研究提供了一种新的思路。谢光强等^[19]引入社交网络中的影响力模型,通过识别出拓扑结构中的关键节点,量化不同节点对其邻居的影响力,提出了基于影响力网络模型的一致性协议。Zhang等^[20]在一致性问题中应用社团分解思

想优化原始拓扑结构加快了一致性收敛速度。在实际网络中,网络结构自然呈现出多个社区的划分^[21],且节点往往能够同时参与多个社区的活动,形成独特的重叠节点。这些重叠节点不仅是信息交互的桥梁,更是推动网络演化、促进多个社区间潜在协作关系的重要纽带。特别是在多智能体系统中,重叠节点的存在加强了不同智能体之间的联系,使信息得以高效流通和共享。因此,通过深入研究和挖掘重叠社区及重叠节点的特性,能够有效地促进多智能体之间的信息交流与协作,进而更高效地达成系统一致。Eaint等^[22]提出了利用扩展节点相似度进行重叠社区检测。

在社区网络中,节点间的连接关系呈现出不同的程度。其中,弱关系指的是个体之间联系较为松散、互动频率较低、情感联系相对较弱的关系。相较于紧密的强关系,弱关系在社交网络中具有独特地位。Granovetter^[23]指出弱关系在信息的扩散和传播中发挥着重要作用,因为它们能够连接不同的社交群体,为个体带来更多异质的信息。这种特性使得弱关系在连接不同社区、促进信息流通方面具有显著优势^[24]。为了量化节点之间的关系,Yuan等^[25]提出重叠系数的概念。Wang等^[26]则进一步明确了弱关系的定义,并在其研究中为弱关系赋予了更大的权重。在多智能体系统中,由于切换网络拓扑的频繁切换,弱连接关系更容易断裂且难以恢复。因此,给予弱连接更多权重有助于维护网络的连通性,减少系统演化中的收敛簇数,进而增强整个网络的稳定性和一致性。

在传统多智能体一致性协议中,往往未考虑网络拓扑结构中的重叠关系,忽视了网络中重叠节点在信息传播和协同中的关键作用。此外,传统协议中拓扑网络边的权重分配过于单一,未考虑到节点间连接强弱程度动态赋予拓扑权重。因此,本文提出一个重叠社区模型(Overlapping Community Model, OCM),主要包含以下3个方面:首先是分布式重叠节点发现算法(Distributed Overlapping Node Discovery Algorithm, DOND);其次是基于重叠度的拓扑权重设计算法(Overlap Degree-based Topology Reweighting Algorithm, ODTR);最后是基于重叠社区模型的一致性协议。

本文的主要工作和贡献如下。

(1) 设计了分布式重叠节点发现算法,考虑当前节点与二跳邻居的邻域重叠部分,筛选出节点邻域之间存在的重叠节点,并以此为依据发现系统中所

有节点邻域范围内的重叠节点。

(2) 设计了基于重叠度的拓扑权重设计算法,重叠度综合考虑节点间公共邻居数量、状态差异和邻域的重叠节点数量,并以此量化节点间的连接程度,从而动态分配网络拓扑权重,增强系统连通性。

(3) 提出了基于重叠社区模型的一致性协议,增强网络连通性的同时减少了系统最终收敛簇数,提升了多智能体系统一致性性能。本文通过仿真实验验证了该协议的有效性。此外还对协议进行了稳定性分析,证明了系统在Lyapunov条件下最终能达到稳定状态。

1 预备知识和问题描述

1.1 多智能体系统

在多智能体系统中,假设每个智能体具有相同的有限通信半径 r_c ,智能体 i 在 k 时刻状态值为 $x_i(k)$ 。用无向图 $G(k) = (V, E(k))$ 表示多智能体网络拓扑结构,其中, $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示 n 个智能体的集合, $E(k) = \{(i, j) \in V \times V : \|x_i(k) - x_j(k)\| \leq r_c, i \neq j\}$ 表示智能体拓扑结构的边集合。本文使用邻接矩阵 $A(k) = [a_{ij}(k)]$ 表示智能体间的连通情况,其中的元素定义为

$$a_{ij}(k) = \begin{cases} 1, & \text{if } (i, j) \in E(k) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

本文使用度矩阵 $D(k) = \text{diag}(d_1(k), \dots, d_n(k))$ 表示 $G(k)$ 中智能体的连通情况,图 $G(k)$ 的拉普拉斯矩阵 $L(k) = [l_{ij}(k)]$ 表示为 $L(k) = D(k) - A(k)$,矩阵元素定义为

$$l_{ij}(k) = \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij}(k), & i = j \\ -a_{ij}(k), & i \neq j \end{cases} \quad (2)$$

由于智能体的通信距离有限,通过感知半径获得在 k 时刻的邻居集合,智能体 i 的一跳邻居集 $N_i^1(k)$ 表示为

$$N_i^1(k) = \{j \in V : (i, j) \in E(k)\} = \{j : \|x_i(k) - x_j(k)\| \leq r_c\} \quad (3)$$

若两智能体之间不存在直接的一跳关系且拥有至少一个共同的一跳邻居,定义两智能体互为二跳邻居。智能体 i 的二跳邻居集 $N_i^2(k)$ 表示为

$$N_i^2(k) = \{m : \|x_m(k) - x_n(k)\| \leq r_c \wedge n \in N_i^1(k)\} - N_i^1(k) \quad (4)$$

1.2 经典离散时间一致性协议

在离散时间下,多智能体系统一致性协议表示为

$$x_i(k+1) = x_i(k) + \varepsilon \sum_{j \in N_i^1(k)} a_{ij}(k) (x_j(k) - x_i(k)) \quad (5)$$

式中: ε 为调整因子,通常 $\varepsilon \in (0, 1/n]$ 。该动力学模型的矩阵形式可以表示为

$$X(k+1) = P(k)X(k) \quad (6)$$

式中: $P(k) = I - \varepsilon L(k)$, I 为单位矩阵, $X(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)]^T$ 为智能体 k 时刻状态矩阵。如果系统中的任意智能体都满足以下公式,则表示该多智能体系统收敛一致。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|x_i(k) - x_j(k)\| = 0, \quad \forall i, j \in V \quad (7)$$

2 重叠社区模型

本文提出的重叠社区模型可以增强节点间的弱连接,维护网络连通性,从而增强多智能体系统的一致性。该模型包括3部分:分布式重叠节点发现算法、基于重叠度的拓扑权重设计算法以及基于重叠社区模型的多智能体一致性协议。

首先,传统的多智能体一致性演化通常忽略了网络拓扑中存在的重叠结构。在复杂网络中网络拓扑呈现明显的社区结构,社区间重叠部分的节点促进社区之间信息交流,促进不同社区之间的联系^[23],维护全局网络的连通性,助力网络信息的交流。因此,识别网络中的重叠节点对于系统的一致性和稳定性至关重要。为了实现这一目标,本算法通过计算当前节点的邻域与其二跳邻居的邻域的重叠部分来发现当前节点邻域内的重叠节点。

其次,传统的一致性协议中对网络拓扑的边分配相等的权重,未考虑节点间连接程度的差异;智能体的演化仅考虑一跳邻居之间的连接,而忽略了与二跳邻居之间的潜在联系。这导致拓扑中稀疏的连接更容易断开,从而产生更多的簇数。因此,基于已发现的重叠节点数量以及邻居节点间的状态差异和公共邻居数量^[26],设计了基于重叠度的拓扑权重设计算法,重叠度量化了节点之间的连接强弱程度,并以此为依据进行权重动态分配。

最后,在传统一致性协议的基础上,考虑到网络拓扑中的重叠结构,提出了基于重叠社区模型的多智能体一致性协议。通过仿真以及对比实验验证了本协议能够增强系统连通性,减少多智能体系统一致性演化的簇数,有效促进了多智能体系统的协同一致性。

2.1 分布式重叠节点发现算法

在社交网络中,往往存在一些节点属于多个社区的情况,即社区间存在彼此重叠的关系,这类社区被称为重叠社区。位于社区重叠部分的重叠节点跨足多个子社区,如同社交网络中的“社交连接者”,能够促进不同社区间的信息互联与同步稳定。为了探寻这些重叠节点,本文提出了一个分布式重叠节点发现算法。首先,定义节点社区范围,将节点与其感知邻域内的节点视为一个社区。因此,节点*i*所构建的社区与其二跳邻居节点*p*所构建的社区,在*k*时刻的重叠节点集合 $N_{io}(k)$ 可以表示为

$$N_{io}(k) = \{c : c \in N_i^1(k) \cap N_p^1(k) \wedge p \in N_i^2(k)\} \quad (8)$$

式中: $N_i^1(k)$ 表示节点*i*在*k*时刻感知范围内的一跳邻居集合, $N_i^2(k)$ 表示节点*i*在*k*时刻的二跳邻居集合,节点*p*为节点*i*的二跳邻居。因此, $N_{io}(k)$ 即为节点*i*的一跳邻居中,能与节点*i*社区外节点进行沟通的重叠节点集合。节点*i*和节点*p*的重叠部分如图1所示,节点*i*的一跳邻居为 j_1, j_2, c_1, c_2 ,节点*p*的一跳邻居为 h_1, h_2, h_3, c_1, c_2 ,因此,两个节点邻域重叠部分的节点为 c_1, c_2 。

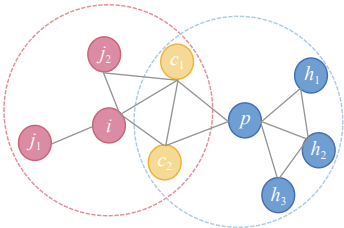


图1 节点*i*与节点*p*的社区重叠部分

Fig.1 Community overlap of the node *i* and node *p*

算法1 分布式重叠节点发现算法

- 1) 输入: $r_c, X(k)$
 - (a) for $x_i(k) \in X(k)$ do
 - (b) 根据式(3) 计算*i*的一跳邻居 $N_i^1(k)$
 - (c) 根据式(4) 计算*i*的二跳邻居 $N_i^2(k)$
 - (d) for $p \in N_i^2(k)$ do
 - (e) 根据式(3) 计算*p*的一跳邻居 $N_p^1(k)$
 - (f) $N_{ip}(k) = N_i^1(k) \cap N_p^1(k)$
 - (g) for ($c \in N_{ip}(k)$ and $c \notin N_{io}(k)$) do
 - (h) 将节点*c*更新到 $N_{io}(k)$ 中
 - (i) end for
 - (j) end for
 - (k) end for

- 2) 输出: $N_{io}(k)$

算法1首先通过公式 $\|x_j(k) - x_i(k)\| \leq r_c$ 来判断智

能体*j*是否在智能体*i*的感知半径范围内,遍历所有智能体节点,即可计算出每个智能体*i*感知半径范围内的一跳邻居集 $N_i^1(k)$,再通过 $N_i^1(k)$ 计算出*i*的二跳邻居集 $N_i^2(k)$ 。依次遍历智能体*i*的二跳邻居*p*,计算*p*的一跳邻居集 $N_p^1(k)$, $N_i^1(k)$ 与 $N_p^1(k)$ 集合的交集 $N_{ip}(k)$ 则为节点*i*与二跳邻居*p*的重叠节点集合,即对于智能体节点*c*,若 $\exists c \in N_i^1(k)$ 且 $c \in N_p^1(k)$,则 $c \in N_{ip}(k)$ 。若 $c \notin N_{io}(k)$ 中,将其更新到 $N_{io}(k)$ 中。

2.2 基于重叠度的拓扑权重设计算法

在确定重叠节点的基础上,为了衡量节点间的连接强度,本文提出了节点间重叠度的概念。节点间重叠度是综合考虑节点与一跳邻居的公共邻居数量、状态差异以及邻居区域重叠情况的指标,用于衡量节点间联系的强度,反映节点间连接的稳定性。在不同时刻,网络拓扑的权重会根据节点间的重叠度进行动态调整。首先,节点之间的重叠度随节点状态差异的增大而减小,随公共邻居数量的增大而增大。其次,重叠度将考虑节点与二跳邻居在演化过程中存在的潜在连接关系,重叠度随重叠节点数量增大而增大,节点在演化过程中建立连接的可能性越大。故将节点间重叠度表示为

$$O_{ij}(k) = \frac{N_{q_i}(k) \times N_c(k)}{S_{ij}(k)} \quad (9)$$

$S_{ij}(k) = \|x_i(k) - x_j(k)\|$ 表示节点*i*和节点*j*之间的距离状态差异; $N_c(k)$ 表示智能体*i*和*j*的公共邻居集合, $N_c(k) = (N_i^1(k) \setminus \{i\}) \cap (N_j^1(k) \setminus \{j\})$ 。传统的方法仅考虑了节点与一跳邻居间的直接关系,而忽视了节点与二跳邻居在演化过程中存在的潜在连接。综合考虑直接和潜在的连接关系,本文通过计算重叠节点的数量对潜在连接进行分析, q 表示以当前节点*i*为坐标原点划分的4个象限, $q = [1, 2, 3, 4]$; n_{iq} 表示当前节点*i*的*q*象限内重叠节点数量,为了保证 n_{iq} 的数值不等于0,设置当该区域重叠点为0时其值为1。同样,以*i*作为基准点,判断节点*j*所在象限 q_j ,则节点*j*所在象限 q_j 的重叠点数量 $N_{q_j}(k)$ 表示为

$$N_{q_j}(k) = \begin{cases} \max(n_{iq}, 1), & a_{ij} \neq 0 \text{ and } q_j = q \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

由于重叠度越大,节点之间的连接越紧密,同时节点在演化过程中建立更强联系的可能性越大。因此,只需给予该连接较少的权重就能维持与周围邻居的紧密连接,故将基于重叠度的权重动态设计表示为

$$O_{ij}^r(k) = \begin{cases} \frac{1}{O_{ij}(k)}, & O_{ij}(k) \neq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

算法2 基于重叠度的拓扑权重设计算法

- 1) 输入: $\mathbf{X}(k), N_{io}(k), N_i^l(k)$
 - (a) for $c \in N_{io}(k)$
 - (b) 判断 c 位于 i 的第 q 象限
 - (c) 计算4个象限的重叠节点数量 n_{iq}
 - (d) for $j \in N_i^l(k)$ do
 - (e) $N_c(k) = N_i^l(k) \cap N_j^l(k)$
 - (f) $S_{ij}(k) = \|x_i(k) - x_j(k)\|$
 - (g) 根据 $x_i(k)$ 与 $x_j(k)$ 判断节点 j 位于的象限 q
 - (h) 根据式(10)计算 $N_{qj}(k)$
 - (i) 根据式(11)计算 $O_{ij}^r(k)$
 - (j) end for
- 2) 输出: $O_{ij}^r(k)$

算法2首先遍历重叠节点 $N_{io}(k)$,判断重叠节点所在象限,分别计算4个象限区域的重叠节点数量 n_{iq} ,遍历节点 i 的一跳邻居 $N_i^l(k)$,计算节点 i 与节点 j 的距离 $S_{ij}(k)$,其次,判断 j 所在象限区域 q_j ,计算所在区域 q_j 的重叠点数量 $N_{qj}(k)$,最后根据式(11)计算权重 $O_{ij}^r(k)$ 。

2.3 基于重叠社区模型的一致性协议

在传统一致性协议的基础上提出了基于重叠社区模型的一致性协议,该协议表示为

$$x_i(k+1) = x_i(k) + \varepsilon \sum_{j \in N_i^l(k)} \frac{O_{ij}^r(k)}{\mathbf{D}_{\text{deg}}(k)} (x_j(k) - x_i(k)) \quad (12)$$

式中: ε 为影响多智能体收敛的步长参数; $\mathbf{D}_{\text{deg}}(k)$ 是与 $O_{ij}^r(k)$ 有关的加权度矩阵; $\mathbf{D}_{\text{deg}}(k) = \text{diag}\{d_{\text{deg}}(k)\}$, $d_{\text{deg}}(k) = \sum_{j \in N_i^l(k)} O_{ij}^r(k)$ 。与传统协议相比,该协议考虑了拓扑网络结构中的重叠结构,并根据节点之间的重叠度进行边的权重分配。该协议的矩阵形式表示为

$$\mathbf{X}_i(k+1) = \mathbf{H}(k) \mathbf{X}_i(k) \quad (13)$$

式中: $\mathbf{H}(k) = \mathbf{I} - \varepsilon \hat{\mathbf{L}}(k)$, $\hat{\mathbf{L}}(k)$ 表示与拉普拉斯矩阵类似的矩阵,定义为

$$\hat{\mathbf{L}}(k) = \begin{cases} 1, & j = i \\ -\frac{O_{ij}^r(k)}{\mathbf{D}_{\text{deg}}(k)}, & j \in N_i^l(k) \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (14)$$

3 系统稳定性分析

在多智能体系统的研究中,稳定性分析是至关重要的一环。本节详细阐述了系统稳定性分析所需满足的条件,并通过构造合适的Lyapunov函数,证明了系统的稳定性。具体证明过程如下。

定义1 在多智能体系统中,若任意智能体都满足 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|x_i(k) - x_j(k)\| = 0$,则表示该多智能体系统收敛一致。

在给定的Lyapunov函数 $\mathbf{V}(\mathbf{X}(k))$,若该函数能满足两个条件,则称该函数描述的系统是稳定的。

(1)正定性(Definiteness):对于任意非零的 $\mathbf{X}(k)$,有 $\mathbf{V}(\mathbf{X}(k)) > 0$;

(2)负定导数(Negative Definite Derivative):对于系统状态 $\mathbf{X}(k)$ 沿着系统轨迹的变化, $\mathbf{V}(\mathbf{X}(k))$ 对于时间 t 的导数 $\frac{d\mathbf{V}(\mathbf{X}(k))}{dt}$ 是负定的,即 $\frac{d\mathbf{V}(\mathbf{X}(k))}{dt} < 0$ 。

即实对称矩阵 $\mathbf{V}(\mathbf{X}(k))$ 的导数是负半定矩阵。

引理1 负半定矩阵的充要条件是实对称矩阵的所有特征值都不大于零。

下面将利用引理1证明该系统的稳定性。式(12)的矩阵形式表示为

$$\mathbf{X}_i(k+1) = (\mathbf{I} - \varepsilon \hat{\mathbf{L}}(k)) \mathbf{X}_i(k) \quad (15)$$

证明 构造Lyapunov函数:

$$\mathbf{V}(\mathbf{X}_i(k)) = \frac{1}{2} \mathbf{X}_i^T(k) \mathbf{X}_i(k) \quad (16)$$

可知,该式是正定的。其函数的增量为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{V}(\mathbf{X}_i(k)) &= \mathbf{V}(\mathbf{X}_i(k+1)) - \mathbf{V}(\mathbf{X}_i(k)) = \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{X}_i^T(k+1) \mathbf{X}_i(k+1) - \frac{1}{2} \mathbf{X}_i^T(k) \mathbf{X}_i(k) = \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{X}_i^T(k) (-2\varepsilon \hat{\mathbf{L}}(k) + \varepsilon^2 \hat{\mathbf{L}}^2(k)) \mathbf{X}_i(k) = \\ &= \varepsilon \mathbf{X}_i^T(k) (-\hat{\mathbf{L}}(k) + \frac{1}{2} \varepsilon \hat{\mathbf{L}}^2(k)) \mathbf{X}_i(k) \end{aligned} \quad (17)$$

为了方便计算,定义如下公式

$$\mathbf{W}(k) = -\hat{\mathbf{L}}(k) + \frac{1}{2} \varepsilon \hat{\mathbf{L}}^2(k) \quad (18)$$

依据Lyapunov稳定性理论,当 $\mathbf{W}(k)$ 为负半定矩阵时, $\mathbf{V}(\mathbf{X}_i(k))$ 的导数为负半定矩阵,故而系统在Lyapunov意义下是稳定的。

$\hat{\mathbf{L}}(k)$ 可表示为行向量形式:

$$\hat{\mathbf{L}}(k) = [l_1(k), l_2(k), \dots, l_n(k)]^T \quad (19)$$

则 $\hat{\mathbf{L}}^2(k)$ 可以表示为

$$\hat{\mathbf{L}}^2(k) = [c_1(k), c_2(k), \dots, c_n(k)]^T \quad (20)$$

其中, $\hat{\mathbf{L}}^2(k)$ 的第 i 行元素可以表示为

$$c_i(k) = [f(l_i(k), l_1(k)), f(l_i(k), l_2(k)), \dots, f(l_i(k), l_n(k))] \quad (21)$$

式中: 函数 $f(l_i(k), l_n(k))$ 表示向量的内积。由于本文研究的智能体之间存在双向通信链路, 因此, $\hat{\mathbf{L}}(k)$ 为对称矩阵, 由此可知 $\hat{\mathbf{L}}^2(k)$ 也是对称的。 $\hat{\mathbf{L}}^2(k)$ 的对角线元素为

$$f(l_i(k), l_i(k)) = 1 + \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{O_{ij}^2(k)}{\mathbf{D}_{\text{deg}}^2(k)} \quad (22)$$

则每行的非对角线元素的和为

$$\sum_{j \neq i} f(l_i(k), l_j(k)) = f\left(l_i(k), \sum_{j \neq i} l_j(k)\right) = -f(l_i(k), l_i(k)) \quad (23)$$

因此, $\mathbf{W}(k)$ 的对角线元素为

$$w_{ii}(k) = -l_{ii}(k) + \frac{1}{2} \varepsilon f(l_i(k), l_i(k)) = -1 + \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{O_{ij}^2(k)}{\mathbf{D}_{\text{deg}}^2(k)} \quad (24)$$

而每行非对角线元素的和为

$$\sum_{j \neq i} w_{ij}(k) = 1 - \frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon}{2} \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{O_{ij}^2(k)}{\mathbf{D}_{\text{deg}}^2(k)} \quad (25)$$

根据圆盘定理, 对于矩阵 $\mathbf{W}(k)$ 的所有特征 λ_i , 都位于以矩阵对角线元素 $w_{ii}(k)$ 为圆心, 以非对角线元素 $|w_{ij}(k)|$ 的最大值为半径的圆内。

首先, 为了确保圆盘的圆心都位于复平面的左半平面, 这意味着其对角线元素小于 0。

$$-1 + \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{O_{ij}^2(k)}{\mathbf{D}_{\text{deg}}^2(k)} \leq 0 \quad (26)$$

当整个拓扑结构的节点都保持全连通的状态时, $\sum_{j=1}^n \frac{O_{ij}^2(k)}{\mathbf{D}_{\text{deg}}^2(k)}$ 的最大值小于 $n-1$ 。为了满足上述的条件, 可以计算出 $\varepsilon \leq \frac{2}{n}$, 由于本文研究中的 ε 不超过 $\frac{2}{n}$, 所以满足式(25)的条件。此外, 圆盘的半径也可表示为

$$\sum_{j \neq i} |w_{ij}(k)| = \sum_{j \neq i} w_{ij}(k) = 1 - \frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon}{2} \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{O_{ij}^2(k)}{\mathbf{D}_{\text{deg}}^2(k)} = -w_{ii}(k) \quad (27)$$

由圆盘定理可知, 特征值 λ_i 与对角线元素 $w_{ii}(k)$

之间的距离应不超过以所有非对角线元素 $|w_{ij}(k)|$ 的最大值为半径的圆范围内。该不等式可表示为

$$|\lambda_i - w_{ii}(k)| \leq \sum_{j \neq i} |w_{ij}(k)| \quad (28)$$

将式(27)代入式(28)可得 $\mathbf{W}(k)$ 的特征值均不大于零, 即 $\mathbf{W}(k)$ 为负半定矩阵。因此, 由 Lyapunov 稳定性理论可得该系统是渐进稳定的。

4 仿真实验

为了进一步评价基于重叠社区模型的多智能体一致性协议, 本文以多智能体系统达到稳定时收敛的簇数作为衡量系统一致性性能的评价指标, 收敛的簇数越少则表示一致性协议性能越好。此外, 为了展示多种场景下的协议效果, 本文在 $20r_c \times 20r_c$ 的正方形范围内使用了 8 种不同网络拓扑结构的数据集, 对该协议进行仿真实验。图 2 展示了在二维平面上使用 200 个感知半径 r_c 为 0.5 的智能体构建的 8 种网络拓扑^[12]。其中, x 和 y 坐标轴分别为智能体在 x 和 y 维度的状态。图 2(a) 节点采用随机分布的方式更能反映多智能体系统在真实场景中的复杂性和多样性, 更具代表性。因此, 本文选择该图作进一步的举例说明。

图 3 为图 2(a) 使用新协议后在 4 个不同时刻的演化情况。由图可见, 在新协议下多智能体系统最终的收敛簇数为 5, 而在同样的拓扑结构下使用传统协议则收敛为 34 个簇数。图 4 以迭代次数作为竖轴展示了每次迭代的位置信息, 从三维的角度呈现了使用传统协议和新协议的演化过程。由图可见, 在传统一致性协议下, 系统在前期演化中大多数弱连接被断开, 从而导致系统早期演化时就形成了较多的簇。与传统协议不同, 新协议充分考虑了节点间的联系程度, 通过计算节点之间的重叠度, 动态分配了边的权重。新协议有效地增强了系统中的弱连接通信, 使得各个簇收敛的时间相差不大, 这表明新的协议在维持早期关联方面发挥了重要作用, 提升了系统的整体连通性, 最终使得系统收敛簇数减少。

图 5 展示了图 2 中 8 个拓扑结构分别在传统协议和新协议下的收敛簇数对比情况, 其中图 5 横坐标的值分别对应图 2 中的拓扑序号, 纵坐标表示最终收敛簇数。从图中可以观察到, 在新协议下系统收敛簇数明显减少, 拓扑 6 最终收敛簇数约为原来的 1/3, 其余拓扑结构的收敛簇数均少于原来的 1/7, 其中拓扑 7 和拓扑 8 在使用新协议后的收敛簇数为 1。由此可见, 新协议在多智能体系统中能够有效减少簇的数量, 从而提高系统的一致性。

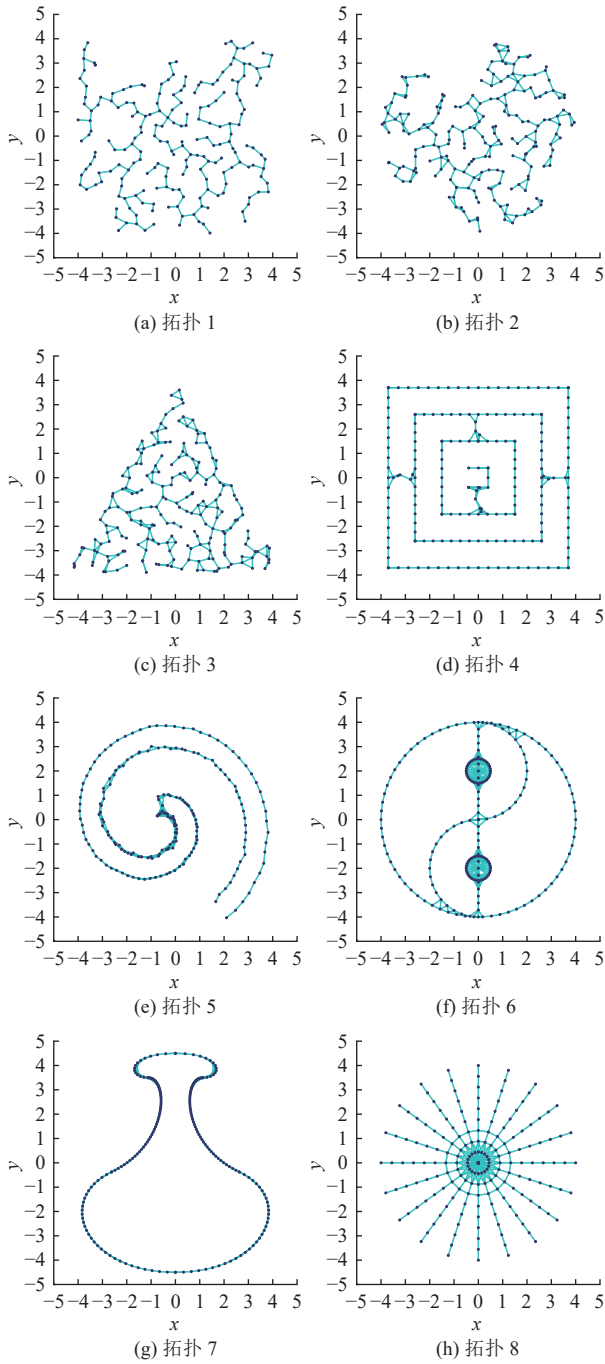


图 2 8种网络拓扑结构

Fig.2 The topologies of eight networks

5 结论

本文针对离散时间切换网络拓扑下的多智能体一致性问题,提出了一种重叠社区模型。模型充分考虑了节点间的联系强度,通过计算节点之间的重叠度,动态分配边的权重,增强了系统中的弱连接通信,提高了系统的连通性,最终使得系统收敛簇数减少。通过理论分析验证了该系统的稳定性,并进行仿真实验证明该协议的有效性。与传统协议对比,本协

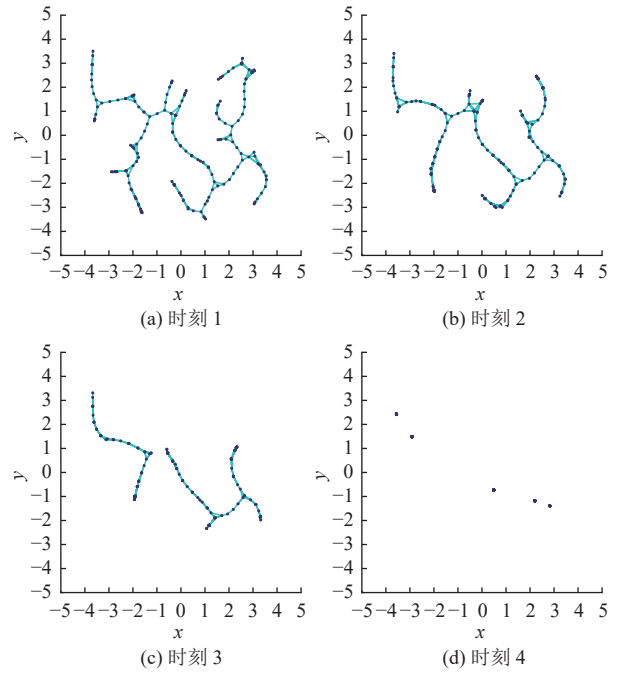


图 3 拓扑1在新协议下的4个演化时刻

Fig.3 Four evolution moments of the topology 1 using the new protocol

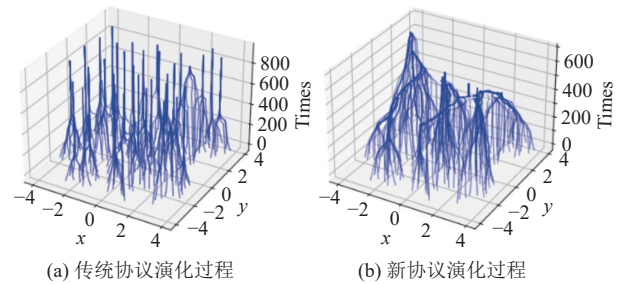


图 4 拓扑1在两种协议下的演化过程

Fig.4 Evolution of the topology 1 using two protocols

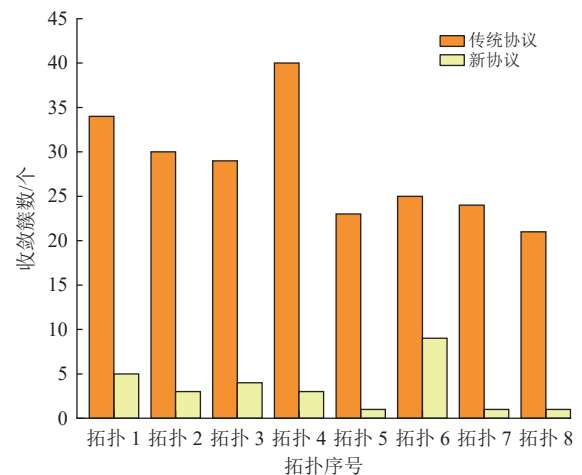


图 5 各个拓扑收敛簇数对比

Fig.5 Comparison of the number of topological converged clusters

议最终能有效减少多智能体系统收敛簇数,从而增强系统一致性。在未来的研究当中,将进一步提升多智能体系统在复杂动态环境下的一致性表现。同时,也计划深入探讨如何使系统更好地适应实际应用需求。

参考文献:

- [1] CALEGARI R, CIATTO G, MASCARDI V, *et al.* Logic-based technologies for multi-agent systems: a systematic literature review[J]. *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, 2021, 35(1): 1.
- [2] AMIRKHANI A, BARSHOOI A H. Consensus in multi-agent systems: a review[J]. *Artificial Intelligence Review*, 2022, 55(5): 3897-3935.
- [3] LIZZIO F F, CAPELLO E, GUGLIERI G. A review of consensus-based multi-agent UAV implementations[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2022, 106(2): 43.
- [4] GUO J, CHENG S, LIU Y. Merging and diverging impact on mixed traffic of regular and autonomous vehicles[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2020, 22(3): 1639-1649.
- [5] LI Y, LIU M, CAO J, *et al.* Multi-attribute group decision-making considering opinion dynamics[J]. *Expert Systems with Applications*, 2021, 184: 115479.
- [6] JIANG H, SHI D, XUE C, *et al.* Multi-agent deep reinforcement learning with typebased hierarchical group communication[J]. *Applied Intelligence*, 2021, 51(8): 5793-5808.
- [7] VINYALS O, BABUSCHKIN I, CZARNECKI W M, *et al.* Grandmaster level in StarCraft II using multi-agent reinforcement learning[J]. *Nature*, 2019, 575(7782): 350-354.
- [8] PLAPPERT S, GEMBARSKI P C, LACHMAYER R. Multi-agent systems in mechanical engineering: a review[C]//Agents and Multi-Agent Systems: Technologies and Applications 2021: Proceedings of 15th KES International Conference, KES-AMSTA 2021. Singapore: Springer Singapore, 2021: 193-203.
- [9] JADBABAIE A, LIN J, MORSE A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(6): 988-1001.
- [10] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [11] OLFATI-SABER R, FAX J A, MURRAY R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1): 215-233.
- [12] XIE G, XU H, LI Y, *et al.* Fast distributed consensus seeking in large-scale and high-density multi-agent systems with connectivity maintenance[J]. *Information Sciences*, 2022, 608: 1010-1028.
- [13] ZHANG H, CHEN C, HUANG J, *et al.* Consensus based on output for nonlinear multi-agent systems with switching topologies[J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2022, 44(15): 2953-2966.
- [14] XIAO L, BOYD S. Fast linear iterations for distributed averaging[J]. *Systems & Control Letters*, 2004, 53(1): 65-78.
- [15] MOTSCH S, TADMOR E. Heterophilous dynamics enhances consensus[J]. *SIAM Review*, 2014, 56(4): 577-621.
- [16] XIE G, CHEN J, LI Y. Hybrid-order network consensus for distributed multi-agent systems[J]. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 2021, 70: 389-407.
- [17] EPSTEIN M, LYNCH K, JOHANSSON K H, *et al.* Using hierarchical decomposition to speed up average consensus [J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2008, 41(2): 612-618.
- [18] XIE G Q, XU H R, LI Y, *et al.* Consensus seeking in large-scale multiagent systems with hierarchical switching-backbone topology[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2024, 35(11): 15810-15824.
- [19] 谢光强, 章昊晋, 李杨. 基于影响力网络模型的多智能体一致性协议[J]. *计算机应用研究*, 2023, 40(8): 2452-2456.
- [19] XIE G Q, ZHANG H J, LI Y. Influence network model-based multi-agent consensus protocol[J]. *Application Research of Computers*, 2023, 40(8): 2452-2456.
- [20] ZHANG M M, YUN H Q, JU W. The topology optimization rule for multi-agent system fast consensus[C]//2018 IEEE CSAA Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC). Xiamen: IEEE, 2018: 1-4.
- [21] NEWMAN M E J, GIRVAN M. Finding and evaluating community structure in networks[J]. *Physical Review E*, 2004, 69(2): 026113.
- [22] WIN E M, KHINE M A. Overlapped community detection using extended node similarity by local expansion[C]//2023 IEEE Conference on Computer Applications (ICCA). Yangon, Myanmar: IEEE, 2023: 266-270.
- [23] GRANOVETTER M S. The strength of weak ties[J]. *American Journal of Sociology*, 1973, 78(6): 1360-1380.
- [24] HU R, DU Y, JIA P. Weak ties discovery based on network representation learning and structural features[C]//2021 7th International Conference on Computer and Communications (ICCC). Chengdu: IEEE, 2021: 1680-1684.
- [25] YUAN P, WANG W, SONG M. Ties in overlapping community structures: strong or weak?[J]. *IEEE Access*, 2017, 5: 10012-10016.
- [26] WANG Y, SUN S, TAN A. A social recommendation method based on double-layer weak relation network[C]//2022 5th International Conference on Artificial Intelligence and Big Data (ICAIBD). Chengdu: IEEE, 2022: 631-637.

(责任编辑: 杨耀辉 英文审核: 费伦科)